தமிழ்நாடு அரசு

ஏழாம் வகுப்பு

கணக்கு

பருவம் - II

தொகுதி - 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – 2019

*(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)*

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும்
தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்



செயல்பாடு
செய்து கற்றல் மூலமாக கணிதத்தைக் கற்று மகிழ்ச்சியடைதல்

இவற்றை முயல்க
கற்றுக் கொண்ட பாடப்பொருளை வலுவூட்டும் வகையில் சில பயிற்சி வினாக்கள்

உங்களுக்குத் தெரியுமா?
ஆர்வத்தைத் தூண்டுவதற்கு பாடப்பொருள் தொடர்பான கூடுதல் தகவல்களை அறிதல்

சிந்திக்க
ஆழமாகச் சிந்திக்கவும், வெளிப்படுத்தவும் வாய்ப்புகள்

பல்வகைத் திறனறி வினாக்கள்
உயர்மட்டச் சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையிலும், போட்டித் தேர்வுகளை பயமின்றி எதிர் கொள்ளும் வகையிலும் அமைந்த வினாக்கள்

குறிப்பு
இன்றியமையாக் கருத்துகளும், விதிகளும்.

இணையச் செயல்பாடு
அறிவுத் தேடல்

QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்

E5S5T6

E-book

L1R4Q8

Assessment

B347_7_MATHS_TM

DIGI Links

இயல் 1

எண்ணியல்

H3D2P9

கற்றல் நோக்கங்கள்

- தசமப் புள்ளிக் குறியீடு பற்றி அறிமுகப்படுத்துதல், தசம இடமதிப்பு பற்றி புரிந்துகொள்ளுதல்.
- பகுதியில் பத்து அல்லது அதன் அடுக்குகளை உடைய பின்னங்களே தசம எண்கள் எனக் கற்றல்.
- எண்கோட்டில் தசம எண்களைக் குறித்தல்.

மீள் பார்வை

தசம எண்கள் (Decimal Numbers)

கலா, கவின் இருவரும் நண்பர்கள். அவர்கள் பென்சில் வாங்கக் கடைக்குச் செல்கிறார்கள். அவர்களுக்கிடையேயான உரையாடல் பின்வருமாறு:

கலா : பென்சிலின் விலை என்ன?

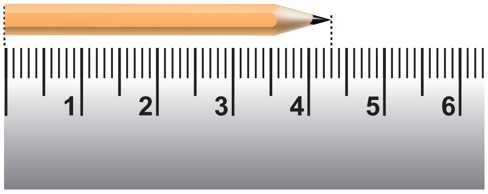
கடைக்காரர் : ஒரு பென்சிலின் விலை நான்கு ரூபாய் ஐம்பது பைசா.

கலா : சரி ஐயா. ஒரு பென்சில் தாருங்கள்.

கவின் : நாம் வழக்கமாக இரசீதில் உள்ள தொகையை ரூபாயிலும் பைசாவைத் தசம எண்களிலும் குறிப்பிடுகிறோம். ஆகவே, பென்சிலின் விலையை ₹4.50 எனக் குறிப்பிடுகிறோம். இங்கு 4 என்பது முழு எண் பகுதி; 50 என்பது தசமப் பகுதி; புள்ளியானது தசமப் புள்ளியைக் குறிக்கிறது.

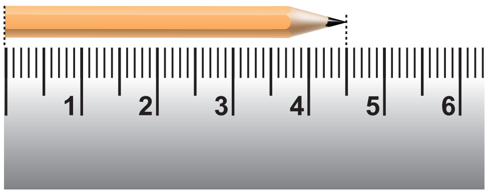
(ஒரு வாரத்திற்குப் பிறகு வகுப்பறையில்)

ஆசிரியர் : பின்னங்கள் மற்றும் தசம எண்களைப் பற்றி முந்தைய வகுப்பிலேயே படித்துள்ளோம். இப்போது தசமங்களைப் பற்றி நினைவு கூர்வோம். கலா! கவின்! உங்களுடைய பென்சில்களின் நீளங்களை அளக்க முடியுமா?



படம் 1.1

கவின் : இரண்டு பென்சில்களும் ஒரே நீளமுள்ளவைப் போல் தோன்றுகிறது. அளந்து சரிபார்க்கலாமா?



படம் 1.2

கலா : சரி கவின், எனது பென்சிலின் நீளம் 4 செ.மீ, 3 மி.மீ. (படம் 1.1)

கவின் : எனது பென்சிலின் நீளம் 4 செ.மீ, 5 மி.மீ. (படம் 1.2)

கலா : இந்த நீளங்களைச் சென்டி மீட்டரில் குறிப்பிட இயலுமா?

கவின் : ஒவ்வொரு சென்டிமீட்டரையும் 10 சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கக் கிடைப்பது மில்லிமீட்டர். பகுதியில் 10 ஐ உடைய பின்னம் பற்றி நாம் படித்துள்ளோம். நினைவில் உள்ளதா? எனது பென்சிலின் நீளத்தினை 4 மற்றும் $\frac{5}{10}$ செ.மீ எனவும் கூறலாம்.

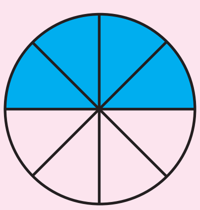
கலா : 1 மி.மீ $= \frac{1}{10}$ செ.மீ அல்லது பத்தில் ஒரு செ.மீ ஆகும். எனவே 4.5 செ.மீ எனக் குறிப்பிடலாம்.

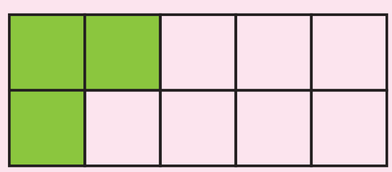
கவின் : உனது பென்சிலின் நீளம் 4.3 செ.மீ சரியா?

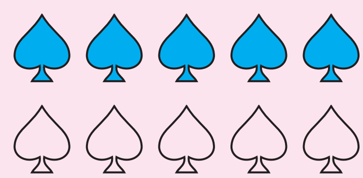
ஆசிரியர் : இருவர் கூறியதும் சரியே. தற்பொழுது நாம் தசம எண்களைப் பற்றி மேலும் படிக்க உள்ளோம்.

இவற்றை முயல்க

1. கீழ்க்காணும் படங்களை உற்றுநோக்கி வண்ணமிடப்பட்ட பகுதியைப் பின்னத்தில் எழுதித் தசம எண்களாகக் குறிப்பிடுக..

(i) 

(ii) 

(iii) 

2. கீழ்க்காணும் பின்னங்களின் பகுதிகளை 10 அல்லது 10 இன் அடுக்குகளாக உடைய பின்னங்களாக மாற்றித் தசம எண்களாகக் குறிப்பிடுக.

வ.எண்	பின்னம்	தசம வடிவம்
(i)	$\frac{3}{5}$	
(ii)	$\frac{4}{10}$	
(iii)	$\frac{2}{4}$	
(iv)	$\frac{4}{20}$	
(v)	$\frac{7}{10}$	

3. நம் வாழ்வியல் சூழலில் தசம எண்கள் பயன்படும் இரு நிகழ்வுகளைக் கூறுக.

1.1 அறிமுகம்

கீழ்க்காணும் சூழலைக் கருதுக. இரவி என்பவர் தனது சொந்த ஊரான கந்தபுரத்தில் பொங்கல் பண்டிகையைக் கொண்டாடத் திட்டமிடுகின்றார். அதற்காகப் புத்தாடைகளையும், மளிகை பொருள்களையும் வாங்குகிறார். அது பற்றிய தகவல்கள் பின்வருமாறு.

இரசீது – 1

ABC துணிக்கடை

வ.எண்	விவரங்கள்	விலை வீதம் மீட்டருக்கு (₹)	பொருளின் நீளம்	விலை (₹)
1.	கால் சட்டைத் துணி	120	4.75 மீ	570.00
2.	சட்டைத் துணி	108	5.25 மீ	567.00
3.	சுடிதார் துணி	150	4.50 மீ	675.00
4.	சேலை	960 (ஒரு சேலை)	5.50 மீ	960.00

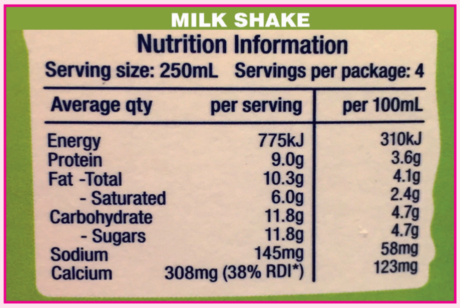
இரசீது– 2

XYZ மளிகைக் கடை

வ.எண்	பொருள்கள்	விலை வீதம் (₹)	அளவு (கி/கிகி)	விலை (₹)
1.	அரிசி	60/கி.கி	1.000 கி.கி	60.00
2.	பருப்பு	85/கி.கி	0.500 கி.கி	42.50
3.	வெல்லம்	40/கி.கி	1.750 கி.கி	70.00
4.	நெய்	420/கி.கி	0.250 கி.கி	105.00
5.	முந்திரி, திராட்சை	800/கி.கி	0.100 கி.கி	80.00
6.	தேங்காய்	25 (ஒரு தேங்காய்)	5	125.00
7.	வாழைப்பழம்	60/டஜன்	1டஜன்	60.00
8.	கரும்பு	50 (ஒரு கரும்பு)	2	100.00
				642.50

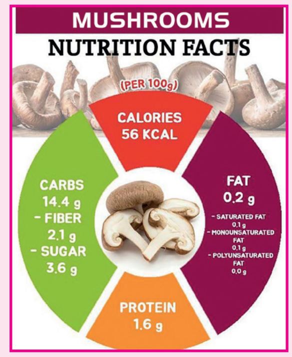
மேற்கண்ட இரசீதுகளின் மூலம் என்ன கவனித்தீர்கள்? விலைகள் அனைத்தும் தசமங்களில் குறிப்பிடப்படுகின்றன. நீளங்களின் அளவுகளை மீட்டர் மற்றும் சென்டிமீட்டரிலும், எடையின் அளவுகளை கிலோகிராம் மற்றும் கிராமிலும் குறிக்கிறோம். அளவுகளை உயர் அலகுகளாகக் குறிப்பதற்கு நாம் தசம எண்கள் என்ற கருத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்ணியல்



MILK SHAKE
Nutrition Information
Serving size: 250mL Servings per package: 4

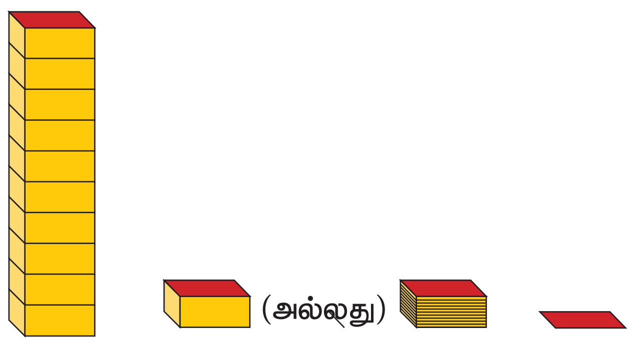
Average qty	per serving	per 100mL
Energy	775kJ	310kJ
Protein	9.0g	3.6g
Fat -Total	10.3g	4.1g
- Saturated	6.0g	2.4g
Carbohydrate	11.8g	4.7g
- Sugars	11.8g	4.7g
Sodium	145mg	58mg
Calcium	308mg (38% RDI*)	123mg



ஆரோக்கிய உணவு – ஊட்டச் சத்து மதிப்புகள்

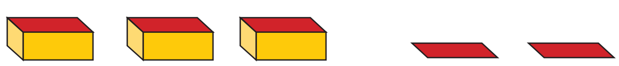
1.2 தசம எண்களைக் குறித்தல் (Representing a Decimal Number)

(i) கீழ்க்கண்ட படங்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பத்துகள், ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் ஒன்றுகளை உற்று நோக்குக.



பத்துகள் ஒன்றுகள் பத்தில் ஒன்றுகள்

எடுத்துக்காட்டாக, 3.2 என்ற தசம எண்ணைக் கீழ்க்கண்டவாறு படவிளக்க முறையில் குறிப்பிடலாம்.



3 ஒன்றுகள் 2 பத்தில் ஒன்றுகள்

இது போன்று எந்த ஒரு தசம எண்ணையும் மேல் உள்ள முறையில் குறிப்பிட இயலும்.

இவற்றை முயல்க

கீழ்க்காணும் தசம எண்களைப் படவிளக்கத்தில் குறிக்கவும்.

(i) 5 ஒன்றுகள் 3 பத்தில் ஒன்றுகள்

(ii) 6 பத்தில் ஒன்றுகள்

(iii) 7 ஒன்றுகள் 9 பத்தில் ஒன்றுகள்

(iv) 6 ஒன்றுகள் 4 பத்தில் ஒன்றுகள்

(v) 7 பத்தில் ஒன்றுகள்

எண்களின் இடமதிப்பு பற்றித் தொடக்கநிலை வகுப்பில் நாம் முன்னரே படித்திருக்கிறோம். அதன் தொடர்ச்சியாக தற்போது நாம் தசம எண்களின் இலக்கங்களின் இடமதிப்புக் குறித்துக் கற்போம். எண்களின் விரிமுறையைப் பற்றி நினைவு கூர்வோம்.

3768 என்ற எண்ணைக் கருதுக. 3768 இன் விரிவாக்கம் $3\times1000+7\times100+6\times10+8$. இப்பொழுது 235.68 என்ற தசம எண்ணைக் கருதுக.

அதன் விரிவாக்கம், $235.68 = 200+30+5+\frac{6}{10}+\frac{8}{100}$

$$= 2\times100+3\times10+5\times1+6\times\frac{1}{10}+8\times\frac{1}{100}$$

சிந்திக்க

மேற்கண்ட எண்கோவையைப் பத்தின் அடுக்காகப் பின்வருமாறு எழுதலாம். $235.68 = 2\times10^2+3\times10^1+5\times10^0+6\times10^{-1}+8\times10^{-2}$. எனவே, எந்தவொரு எண்ணிலும், ஓர் இலக்கத்திலிருந்து அடுத்த இலக்கத்திற்கு வலப்புறமாக நகரும் பொழுது, இடமதிப்பானது 10^1–ஆல் வகுக்கப்படுகிறது.

இப்பொழுது, 3768 மற்றும் 25.6 என்ற இரண்டு எண்களை எண் மதிப்புக் கட்டத்தில் (grid) குறிப்பிடலாம்.

3768	ஆ	நூ	ப	ஒ
	3	7	6	8

25.6	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்
	2	5	6

இப்பாடப்பகுதியின் தொடக்கத்தில் கவின், கலா என்ற இரு நண்பர்கள் தங்களது பென்சில்களின் நீளம் குறித்து நிகழ்த்திய உரையாடலைப் பற்றிக் கண்டோம். அந்த நீளங்களையும் கீழ்க்கண்டவாறு இடமதிப்புக் கட்டத்தில் குறிப்பிட இயலும்.

கவினின் பென்சிலின் நீளம் 4 மற்றும் பத்தில் 5 செ.மீ

இடமதிப்பு		
4.5	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்
	4	5

கலாவின் பென்சிலின் நீளம் 4 மற்றும் பத்தில் 3 செ.மீ

இடமதிப்பு		
4.3	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்
	4	3

ஒன்றாவது இலக்கத்திற்கு வலப்புறமாக இருப்பது பத்தில் ஒன்றுகள். மேலும் அவற்றிற்கிடையில் உள்ள புள்ளியானது தசமப் புள்ளி ஆகும். அது முழு எண் பகுதியையும் தசமப் பகுதியையும் பிரிக்கின்றது என நாம் அறிகிறோம்.

மேலே கண்ட சூழல்களில் எண்கோவையில் ஒரு தசம இலக்கத்தைக் கொண்ட எண்களை இடமதிப்புக் கட்டத்தில் குறிப்பிட்டுள்ளோம். தற்பொழுது, இரு தசம இலக்கத்தை இடமதிப்புக் கட்டத்தில் குறிக்க, நாம் முன்னரே அறிமுகப் பகுதியில் ஆலோசித்ததைக் கருதுவோம்.

இரவி பொங்கல் பண்டிகைக்கு புத்தாடைகளை வாங்கியிருக்கிறார். அவரது கால் சட்டைத் துணியின் நீளமானது 4 மீ 75 செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சென்டிமீட்டரில் உள்ளதை மீட்டரில் மாற்ற பின்வருவனவற்றை மேற்கொள்வோம்.

H7T3I9

100 செ.மீ = 1 மீ

1 செ.மீ = $\frac{1}{100}$ மீ

எனவே, ஒரு செ.மீ–ஐ நூறில் ஒரு மீட்டர் எனக் குறிப்பிடலாம்.

இதேபோன்று, 75 செ.மீ $= \frac{75}{100} = 0.75$ மீ

எனவே கால் சட்டைத் துணியின் நீளம் 4+0.75 மீ

அதாவது 4.75 மீ. இதனை நான்கு மற்றும் நூறில் எழுபத்து ஐந்து மீட்டர் (அ) நான்கு புள்ளி ஏழு ஐந்து மீட்டர் எனப் படிக்கலாம்.

குறிப்பு

தசமப் புள்ளிக்குப் பிறகு உள்ள தசம இலக்கங்களைத் தனித் தனியாகப் படிக்க வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

1. கீழ்க்கண்ட தசம எண்களை விரிவாக்க வடிவிலும் இடமதிப்புக் கட்டத்திலும் எழுதுக.

   (i) 56.78 (ii) 123.32 (iii) 354.56

2. கீழ்க்கண்ட அளவுகளை மீட்டராகவும் தசம எண்ணாகவும் குறிப்பிடுக. எடுத்துக்காட்டிற்கு ஒன்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வ.எண்	அளவுகள்	மீட்டரில்	தசம வடிவம்
1.	7 மீ 36 செ.மீ	7 மற்றும் நூறில் 36 மீ	7.36 மீ
2.	26 மீ 50 செ.மீ		
3.	93 செ.மீ		
4.	36 மீ 60 செ.மீ		
5.	126 மீ 45செ.மீ		

3. கீழ்க்கண்ட எண்களை இடமதிப்புக் கட்டத்தில் குறித்து அடிக்கோடிடப்பட்ட எண்ணின் இடமதிப்பைக் காண்க.

   (i) 36.<u>3</u>7 (ii) 267.0<u>6</u> (iii) 0.<u>2</u>3 (iv) 27.6<u>9</u> (v) 53.<u>2</u>7

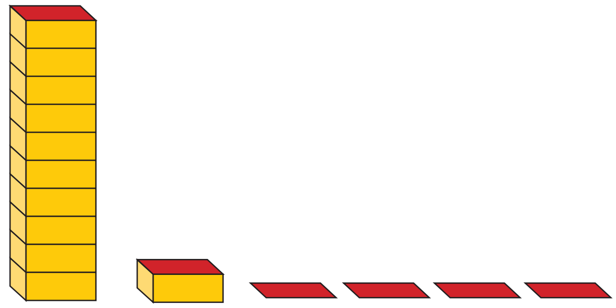
ஓர் எண்ணில் பத்தில் ஒன்று, நூறில் ஒன்று ஆகிய இடமதிப்புகளை முறையே $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ எனக் குறிப்பதைக் கவனிக்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.1 கீழ்க்கண்ட தசம எண்களைப் பட விளக்கத்தில் குறிக்க.

(i) 0.3 (ii) 3.6 (iii) 2.7 (iv) 11.4

தீர்வு

வ.எண்	தசம எண்	பட விளக்கம்
(i)	0.3	
(ii)	3.6	
(iii)	2.7	

(iv)	11.4	

எடுத்துக்காட்டு 1.2 கீழுள்ளவற்றை இடமதிப்புக் கட்டத்தில் எழுதி அடிக்கோடிட்ட இலக்கங்களின் இடமதிப்பைக் காண்க.

(i) $0.3\underline{7}$ (ii) $2.\underline{7}3$ (iii) $28.2\underline{7}1$

தீர்வு

வ.எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
1	-	0	3	7	-
2	-	2	7	3	-
3	2	8	2	7	1

(i) 0.37 இல் 7 இன் இடமதிப்பு நூறில் ஒன்று

(ii) 2.73 இல் 7 இன் இடமதிப்பு பத்தில் ஒன்று

(iii) 28.271 இல் 7 இன் இடமதிப்பு நூறில் ஒன்று

எடுத்துக்காட்டு 1.3 ஒரு மனிதனின் உயரம் 165 செ.மீ. இதனை மீட்டரில் குறிக்க.

தீர்வு

மனிதனின் உயரம் (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) = 165 செ.மீ

எனவே, மனிதனின் உயரம் $= \frac{165}{100} = 1.65$ மீ .

ஏனெனில், 1 செ.மீ $= \frac{1}{100}$ மீ $= 0.01$ மீ

எடுத்துக்காட்டு 1.4 பிரவின் அவனது நண்பர்களுடன் மலை ஏறுவதற்குச் செல்கிறார். அவனது விளையாட்டுப் புத்தகத்தில் அவன் கடந்த தூரத்தினை கிலோமீட்டரில் பதிவு செய்ய விரும்புகிறார். அவனுக்கு உன்னால் உதவ முடியுமா? நான்கு நாள்களுக்கான மலை ஏறிய பதிவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன?

(i) 4 மீ (ii) 28 மீ (iii) 537 மீ (iv) 3983 மீ

தீர்வு

ஏனெனில், 1மீ $= \frac{1}{1000}$ கி.மீ $= 0.001$ கி.மீ

(i) 4 மீ $= \frac{4}{1000}$ கி.மீ $= 0.004$ கி.மீ

(ii) 28 மீ $= \frac{28}{1000}$ கி.மீ $= 0.028$ கி.மீ

(iii) 537 மீ $= \frac{537}{1000}$ கி.மீ $= 0.537$ கி.மீ

(iv) 3983 மீ $= \frac{3983}{1000}$ கி.மீ $= 3.983$ கி.மீ

எனவே, பிரவினின் மலை ஏற்றப் பதிவுகள் 0.004 கி.மீ, 0.028 கி.மீ, 0.537 கி.மீ, 3.983 கி.மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5 கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விரிவான வடிவத்தில் உள்ள எண்ணை இடமதிப்புக் கட்டத்தில் குறிப்பிடுக. மேலும் அதனுடைய தசம எண்ணை எழுதுக.

(i) $3+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}$ (ii) $40+6+\frac{7}{10}+\frac{2}{100}+\frac{6}{1000}$

தீர்வு

(i)

பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
0	3	5	3	4

$3+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}=3.534$

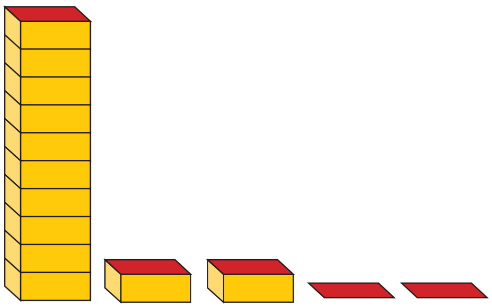
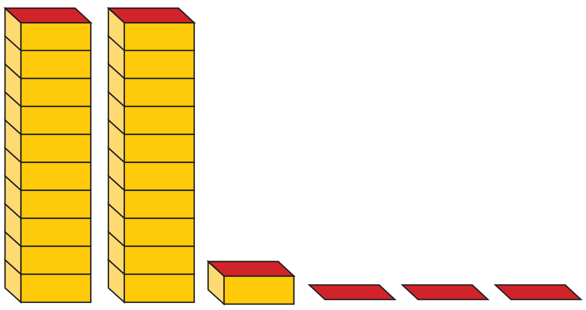
(ii)

பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
4	6	7	2	6

$40+6+\frac{7}{10}+\frac{2}{100}+\frac{6}{1000}=46.726$

பயிற்சி 1.1

1. கீழ்க்கண்ட படவிளக்கத்திற்கு உரிய தசம எண்களை எழுதுக.

(i)  (ii) 

2. கீழ்க்கண்டவற்றைத் தசம எண்களைப் பயன்படுத்தி சென்டிமீட்டராக மாற்றுக.

(i) 5 மி.மீ (ii) 9 மி.மீ (iii) 42 மி.மீ

(iv) 8 செ.மீ 9 மி.மீ (v) 375 மி.மீ

3. கீழ்க்கண்டவற்றை தசம எண்களைப் பயன்படுத்தி மீட்டரில் குறிப்பிடுக.

(i) 16 செ.மீ (ii) 7 செ.மீ (iii) 43 செ.மீ

(iv) 6.மீ 6 செ.மீ (v) 2 மீ 54 செ.மீ

4. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை விரிவுக் குறியீட்டு முறையில் எழுதுக.

(i) 37.3 (ii) 658.37 (iii) 237.6 (iv) 5678.358

5. கீழ்க்கண்டவற்றை இடமதிப்பு அட்டவணையில் குறித்து மற்றும் அடிக்கோடிடப்பட்ட இலக்கத்தின் இடமதிப்பைக் காண்க.

(i) 53.<u>6</u>1 (ii) 263.<u>2</u>71 (iii) 17.3<u>9</u> (iv) 9.6<u>5</u>7 (v) 4972.06<u>8</u>

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. 85.073 என்ற எண்ணில் 3 இன் இடமதிப்பு ________

(i) பத்தில் ஒன்று (ii) நூறில் ஒன்று (iii) ஆயிரம் (iv) ஆயிரத்தில் ஒன்று

7. கிராமை கிலோகிராமாக மாற்றுவதற்கு நாம் எவற்றால் வகுக்க வேண்டும்?

(i) 10000 (ii) 1000 (iii) 100 (iv) 10

8. 30 கிலோகிராம் 43 கிராமுக்குச் சமமான தசம எண் _____ கி.கி

(i) 30.43 (ii) 30.430 (iii) 30.043 (iv) 30.0043

9. மட்டைப்பந்து ஆடுகளத்தின் அகலம் 264 செ.மீ எனில், அது _____ மீட்டருக்குச் சமம்.

(i) 26.4 (ii) 2.64 (iii) 0.264 (iv) 0.0264

1.3 பின்னங்கள் மற்றும் தசம எண்கள் (Fractions and Decimals)

பின்னங்களுக்கும் தசம எண்களுக்கும் இடையேயான தொடர்பினைக் காணலாம்.

1.3.1 பின்னங்களை தசம எண்களாக மாற்றுதல் (Conversion of Fractions to Decimals)

முழுப் பொருளில் ஒரு பகுதியே பின்னம் என்பது நாம் அறிந்ததே. ஓர் எண்ணின் தசம இலக்கங்களின் இடமதிப்புகள் பத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{10}\right)$, நூறில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{100}\right)$, ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{1000}\right)$ எனத் தொடரும்.

பின்னங்களின் பகுதியானது $10, 10^2, 10^3, \ldots$ எனில், நாம் அவற்றைத் தசம எண்களாக எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 10 மாணவர்களுக்கு 10 பென்சில்களைக் கொண்ட ஒரு பெட்டியிலிருந்து பகிர்ந்து கொடுப்பதாகக் கருதுக. 6 மாணவர்களுக்குக் கொடுக்கப்பட்ட பென்சில்களின் பின்னமானது $\frac{6}{10}$ என்றால் இதனை 0.6 எனக் குறிப்பிடுகிறோம்.

பின்னத்தின் பகுதியானது எந்த எண்ணாக இருந்தாலும், அதனை சமான பின்னத்தைப் பயன்படுத்தி, 10 இன் அடுக்குகளாக மாற்றி அமைத்து தசம எண்களாக குறிப்பிட முடியும். மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டைக் கருதலாம். 5 நண்பர்கள் வேர்க்கடலை இனிப்பு ஒன்றை 5 சம பாகங்களாக பங்கிட்டுக் கொள்கிறார்கள் எனில், அதில் ஒருவரது பங்கு $\frac{1}{5}$. இப்பின்னத்தின் பகுதியைப் பத்தாக மாற்றிட, பின்னத்தைத் தசம எண்ணில் குறிப்பிட முடியும். அதாவது $\frac{1}{5}$ -ஐ, அதன் சமான பின்னமான $\frac{2}{10}$ என எழுதலாம். தற்போது $\frac{2}{10}$ இன் தசம எண் வடிவம் 0.2 ஆகும்.

சிந்திக்க

அனைத்து பின்னங்களின் பகுதிகளையும் பத்தின் அடுக்குகளாக உங்களால் மாற்ற இயலுமா?

1.3.2 தசம எண்களை பின்னங்களாக மாற்றுதல் (Conversion of Decimals to Fractions)

பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுவது போல தசம எண்களையும் பின்னங்களாக மாற்ற இயலும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பிராண்ட் 'x' காலணிகளின் விலை ₹ 399.95 என்க.

மேலே உள்ள விலையை விரிவுபடுத்த, நமக்குக் கிடைப்பது,

$$399.95 = 3\times100+9\times10+9\times1+9\times\frac{1}{10}+5\times\frac{1}{100}$$

$$=399+\frac{95}{100}=399\frac{95}{100}=\frac{39995}{100}=\frac{7999}{20}$$

இதே போன்று, பிராண்ட் 'y' காலணியின் விலை ₹ 159.95 எனில், இதனைப் பின்னமாகக் கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$159.95=159+\frac{95}{100}=\frac{15995}{100}=\frac{3199}{20}$$

இவற்றை முயல்க

1. கீழ்க்காணும் பின்னங்களை தசம எண்களாக மாற்றுக.

   (i) $\frac{16}{1000}$ (ii) $\frac{638}{10}$ (iii) $\frac{1}{20}$ (iv) $\frac{3}{50}$

2. பின்வருவனவற்றைப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

   (i) 6 நூறுகள் + 3 பத்துகள் + 3 ஒன்றுகள் + 6 நூறில் ஒன்றுகள் + 3 ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்

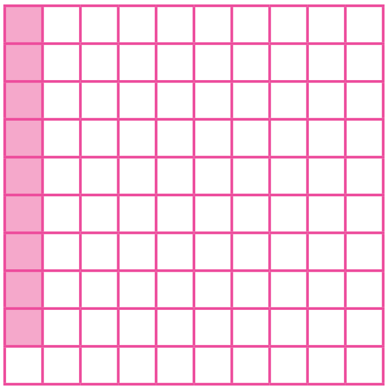
   (ii) 3 ஆயிரங்கள் + 3 நூறுகள் + 4 பத்துகள் + 9 ஒன்றுகள் + 6 பத்தில் ஒன்றுகள்.

3. கீழ்க்கண்ட தசம எண்களைப் பின்னமாக மாற்றுக.

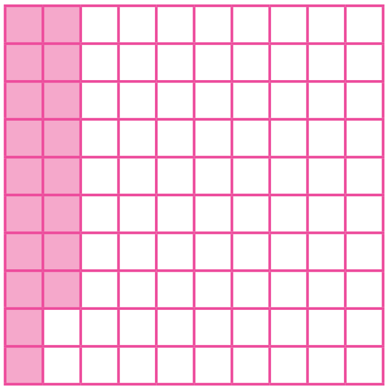
   (i) 0.0005 (ii) 6.24

எடுத்துக்காட்டு 1.6 கீழ்க்காணும் படங்களில் உள்ள நிழலிடப்பட்ட பகுதியினைப் பின்னமாகவும் தசம எண்ணாகவும் குறிப்பிடுக.

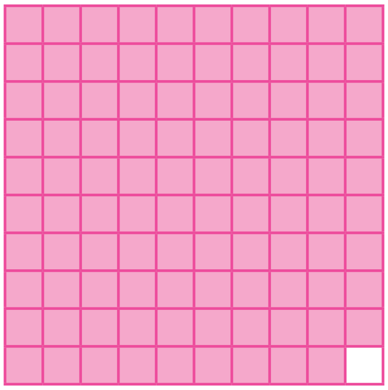
(i)



(ii)



(iii)



தீர்வு

எண்	நிழலிடப்பட்ட பகுதி	பின்னம்	தசம எண்
(i)	100 சதுரங்களில் 9 சதுரங்கள்	$\frac{9}{100}$	0.09
(ii)	100 சதுரங்களில் 18 சதுரங்கள்	$\frac{18}{100}$	0.18
(iii)	100 சதுரங்களில் 99 சதுரங்கள்	$\frac{99}{100}$	0.99

எடுத்துக்காட்டு 1.7 கீழ்க்காணும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{5}{100}$

தீர்வு

(i) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0.6$

(ii) $\frac{5}{100} = 0.05$

எடுத்துக்காட்டு 1.8 கீழ்க்காணும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{9}{1000}$ (iv) $\frac{1}{50}$ (v) $3\frac{1}{5}$

தீர்வு

(i) $\frac{2}{5}$ இன் பகுதி 10 ஆக இருக்குமாறு சமான பின்னங்களைக் காணலாம்.

$$\frac{2}{5} = \frac{2\times2}{5\times2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

(ii) $\frac{3}{4}$ இன் பகுதி 100 ஆக இருக்குமாறு சமான பின்னங்களைக் காணலாம்.

அதாவது, $\frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 0.75$ (ஏனெனில் 4 ஆல் பெருக்கினால் 10 வருமாறு முழு எண் இல்லை).

(iii) $\frac{9}{1000}$ இல் பத்தில் ஒன்று, நூறில் ஒன்றின் இடமதிப்பு பூஜ்ஜியம்

எனவே, $\frac{9}{1000} = 0.009$.

(iv) $\frac{1}{50}$ என்ற பின்னத்திற்குப் பகுதி 100 ஆக இருக்குமாறு சமான பின்னத்தைக் காணலாம்.

$$\frac{1}{50} = \frac{1\times2}{50\times2} = \frac{2}{100} = 0.02$$

(v) $3\frac{1}{5}$ இல் முழு எண் பகுதி 3, பின்னமான $\frac{1}{5}$ இன் பகுதி 10 ஆக இருக்குமாறு சமான பின்னத்தைக் காண

$$3+\frac{1}{5}=3+\frac{1\times 2}{5\times 2}=3+\frac{2}{10}=3.2$$

எடுத்துக்காட்டு 1.9 கீழ்க்கண்டவற்றை எளிய பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 0.04 (ii) 3.46 (iii) 0.862

தீர்வு

(i) $0.04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$

(ii) $3.46=3+\frac{46}{100}$

$$=3+\frac{46\div 2}{100\div 2}$$

$$=3+\frac{23}{50}$$

$$=3\frac{23}{50}$$

(iii) $0.862=\frac{862}{1000}$

$$=\frac{862\div 2}{1000\div 2}=\frac{431}{500}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.10 கீழ்க்கண்ட பின்னங்களைத் தசம வடிவில் எழுதுக.

(i) $153+96+7+\frac{5}{10}+\frac{2}{1000}$ (ii) $999+99+9+\frac{9}{10}+\frac{9}{100}$ (iii) $23+\frac{6}{10}+\frac{8}{1000}$

தீர்வு

(i) $153+96+7+\frac{5}{10}+\frac{2}{1000}=256+5\times\frac{1}{10}+0\times\frac{1}{100}+2\times\frac{1}{1000}$

$=256.502$ (நூறில் ஒன்றிற்கான இலக்கம் இல்லை என்பதனால், அது '0' என எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது)

(ii) $999+99+9+\frac{9}{10}+\frac{9}{100}=1107+9\times\frac{1}{10}+9\times\frac{1}{100}$

$=1107.99$

(iii) $23+\frac{6}{10}+\frac{8}{1000}=23+6\times\frac{1}{10}+0\times\frac{1}{100}+8\times\frac{1}{1000}$

$=23.608$ (நூறில் ஒன்றிற்கான இலக்கம் இல்லை என்பதால், அது '0' என எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது)

எடுத்துக்காட்டு 1.11 கீழ்க்கண்டவற்றைத் தசம எண்ணாக எழுதுக.

(i) நானூற்று நான்கு, நூறில் ஐந்து

(ii) இரண்டு, ஆயிரத்தில் இருபத்து ஐந்து

தீர்வு

(i) நானூற்று நான்கு, நூறில் ஐந்து

$$= 404 + \frac{5}{100}$$

$$= 404 + 0 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100} = 404.05$$

(ii) இரண்டு, ஆயிரத்தில் இருபத்து ஐந்து

$$= 2 + \frac{25}{1000}$$

$$= 2 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$$

[ஏனெனில், $\frac{25}{1000} = \frac{20+5}{1000} = \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$]

$= 2 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 2.025$ [பத்தில் ஒன்று இல்லாததால் நாம் பத்தில் ஒன்றைப் பூஜ்ஜியமாக எடுத்துக்கொள்கிறோம்]

குறிப்பு

எந்த ஒரு தசம எண்ணிற்கும், பகுதியில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையும் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12 (i) ஒரு மாத்திரையானது 0.85 மி.கி. மருந்தைக் கொண்டுள்ளது. (ii) ஒரு குடுவையில் மாம்பழச் சாறு 4.5 லிட்டராக உள்ளது. இவற்றைப் பின்னத்தில் குறிப்பிடுக.

தீர்வு

(i) $0.85 = 0 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100}$

$$= \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$$

$\frac{17}{20}$ மி.கி. மருந்து ஒரு மாத்திரையில் உள்ளது.

(ii) $4.5 = 4 + \frac{5}{10}$

$$= 4\frac{5}{10} = 4\frac{1}{2}$$

குடுவையில் $4\frac{1}{2}$ லிட்டர் மாம்பழச் சாறு உள்ளது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

தசமம் என்பது ஒரு பின்னம், இது சிறப்பு வடிவில் எழுதப்பட்டிருக்கிறது. தசமம் என்பது நூறு எனப் பொருள்படும் 'டெசிமஸ்' என்ற இலத்தீன் வார்த்தையிலிருந்து பெறப்படுகிறது. இது 'டெசிம்' என்ற வேர்ச் சொல்லிலிருந்து பெறப்படுகிறது.

பயிற்சி 1.2

1. கீழேயுள்ள இடமதிப்பு அட்டணையில் விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.

வ. எண்	தசம வடிவம்	நூறுகள் (100)	பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{10}\right)$	நூறில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{100}\right)$	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{1000}\right)$
1.	320.157	3	___	0	1	5	7
2.	103.709	1	0	3	___	0	9
3.	4.003	0	0	4	0	___	___
4.	360.805	3	___	___	8	0	___

2. இடமதிப்பு அட்டவணையில் உள்ள எண்களைத் தசம வடிவில் எழுதுக.

வ. எண்	நூறுகள் (100)	பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{10}\right)$	நூறில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{100}\right)$	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள் $\left(\frac{1}{1000}\right)$	தசம எண் வடிவம்
1.	8	0	1	5	6	2	
2.	9	3	2	0	5	6	
3.	0	4	7	5	0	9	
4.	5	0	3	0	0	7	
5.	6	8	0	3	1	0	
6.	1	0	9	9	0	8	

3. கீழ்க்கண்ட தசம எண்களை இடமதிப்பு அட்டவணையில் எழுதுக.

(i) 25.178 (ii) 0.025 (iii) 428.001 (iv) 173.178 (v) 19.54

4. பின்வருவனவற்றைத் தசம எண்களாக எழுதுக.

(i) $20 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000}$ (ii) $3 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$

(iii) $6 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{9}{1000}$ (iv) $900 + 50 + 6 + \frac{3}{100}$ (v) $\frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{1}{1000}$

5. கீழ்க்கண்ட பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{3}{10}$ (ii) $3\frac{1}{2}$ (iii) $3\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{4}{5}$ (vi) $\frac{99}{100}$ (vii) $3\frac{19}{25}$

6. கீழ்க்கண்ட தசமங்களைப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 2.5 (ii) 6.4 (iii) 0.75

7. கீழ்க்கண்டவற்றை எளிய பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 2.34 (ii) 0.18 (iii) 3.56

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. $3+\frac{4}{100}+\frac{9}{1000}=?$

(i) 30.49 (ii) 3049 (iii) 3.0049 (iv) 3.049

9. $\frac{3}{5}=$ ________

(i) 0.06 (ii) 0.006 (iii) 6 (iv) 0.6

10. 0.35 இன் சுருங்கிய வடிவம்

(i) $\frac{35}{1000}$ (ii) $\frac{35}{10}$ (iii) $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{7}{100}$

1.4 தசமங்களை ஒப்பிடுதல் (Comparison of Decimals)

1968இல் நீளம் தாண்டுதலில் ஒலிம்பிக் சாதனையைப் படைத்த பாப் பீமானின் சாதனை 23 ஆண்டுகள் வரை தொடர்ந்தது. அவரின் உலக சாதனை 8.90 மீட்டர். இச்சாதனையை 1991 ஆம் ஆண்டு நடந்த உலக சாம்பியன்ஷிப் போட்டியில் கார்ல் லூயிஸ், மைக் பவெல் ஆகியோர் முறியடித்தனர். கார்ல் லூயிஸ் 8.91 மீட்டர் மற்றும் பவெல் 8.95 மீட்டர் என்ற அளவில் சாதனை படைத்தனர். இத்தூரங்களை உங்களால் ஒப்பிட இயலுமா?

K2I9V8

தசமங்களை ஒப்பிடக் கீழ்க்காணும் படிகளைக் கையாள்வோம்.

1.4.1 சம எண்ணிக்கையில் தசம இலக்கங்களை உடைய தசம எண்கள். (Decimal Numbers with Equal Decimal Digits)

படி–(1) இரு எண்களின் முழுஎண் பகுதிகளை ஒப்பிடுக. பெரிய முழு எண் பகுதியைக் கொண்ட தசம எண்ணே பெரியது.

படி–(2) முழு எண் பகுதி சமமாக இருப்பின், தசம பகுதியில் உள்ள பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்தை ஒப்பிடுக. பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்தில் பெரியது எதுவோ அந்தத் தசம எண்ணே பெரியது.

படி–(3) முழுஎண் பகுதி மற்றும் பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கம் இரண்டும் சமமாக இருப்பின், தசம எண் பகுதியின் நூறில் ஒன்றாம் இலக்கங்களை ஒப்பிட வேண்டும். நூறில் ஒன்றாம் இலக்கங்களில் பெரியது எதுவோ, அந்தத் தசம எண்ணே பெரியது. இதே போன்று தேவைக்கேற்ப மேலும் தொடர்க.

1.4.2 சமமற்ற எண்ணிக்கையில் தசம இலக்கங்களை உடைய தசம எண்கள் (Decimal Numbers with Unequal Decimal Digits)

45.55 மற்றும் 45.5 என்ற எண்களை ஒப்பீடு செய்க. முதலில் முழு எண் பகுதியை ஒப்பிட, இவ்விரண்டு எண்களும் சமம். எனவே, பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்தினை ஒப்பிடுவோம். இங்கு, 45.55 மற்றும் 45.5 இல் பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கம் சமம். எனவே, நூறில் ஒன்றாம் இலக்கத்திற்குத் தொடர, 45.5 இல் நூறில் ஒன்றாம் இலக்கம் பூஜ்ஜியம் (45.5 மற்றும் 45.50 இரண்டும் சமமானவை). எனவே, நூறில் ஒன்றாம் இலக்கத்தினை ஒப்பிட நாம் பெறுவது, $0 < 5$.

எனவே, $45.50 < 45.55$

குறிப்பு

தசம இலக்கங்களின் வலப்புற இறுதியில் பூஜ்ஜியத்தினைச் சேர்க்க, அந்தத் தசம எண்களின் மதிப்பு மாறாது.

எடுத்துக்காட்டு 1.13 வேலன் 8.36 கி.கி உருளைக்கிழங்குகளையும், சேகர் 6.29 கி.கி உருளைக் கிழங்குகளையும், வாங்கினார்கள் எனில், அவற்றில் அதிக எடை உடையது எது?

தீர்வு

8.36 மற்றும் 6.29 ஐ ஒப்பிடுக

முழு எண் பகுதியை ஒப்பீடு செய்க $8 > 6$.

எனவே, $8.36 > 6.29$

எடுத்துக்காட்டு 1.14 A மற்றும் B என்ற இரண்டு பனிக்கூழ் தானியங்கி இயந்திரங்கள்100 மிலி கோப்பைகளை நிரப்புமாறு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. இயந்திரம் A மற்றும் B யில் நிரப்பப்பட்ட எடையையும் பனிக்கூழ் கோப்பைகள் இரண்டின் எடையையும் ஒப்பிட முறையே, இயந்திரம் A இல் நிரப்பப்பட்டது. 99.56 மி.லி ஆகவும் இயந்திரம் B இல் நிரப்பப்பட்டது 99.65 மி.லி ஆகவும் உள்ளது எனக் கண்டறியப்பட்டது. எந்த இயந்திரமானது அதிக அளவிலான பனிக்கூழினைக் கோப்பைகளில் நிரப்புகிறது எனக் காண்க.

தீர்வு

99.56 மற்றும் 99.65 –ஐ ஒப்பிடுக.

இவ்விரு தசம எண்களின் முழு எண் பகுதிகள் சமமானவை.

எனவே, பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்தை ஒப்பிட $5 < 6$.

எனவே, $99.56 < 99.65$

எடுத்துக்காட்டு 1.15 தரமான கலைக் காகிதம் (art paper) 0.05 மி.மி தடிமனும் மேல் பூச்சு பூசிய காகிதம் (matte coated paper) 0.09 மி.மீ தடிமனும் உள்ளது எனில், எந்தக் காகிதம் அதிக தடிமன் உடையது எனக் கண்டறிக?

தீர்வு

0.05 மற்றும் 0.09 ஐ ஒப்பிடுக.

மேற்கண்ட படிகளைக் கையாள, முழு எண் பகுதி மற்றும் பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கம் இரண்டும் சமமானவை. நூறில் ஒன்றாம் இலக்கங்களை ஒப்பிட $5 < 9$. எனவே, $0.05 < 0.09$.

இதுவரை நாம் இரண்டு தசம எண்களின் ஒப்பீடு பற்றிக் கண்டோம். இதனை மேலும் இரண்டுக்கு மேற்பட்ட தசம எண்களுக்கு விரிவுபடுத்த, தசம எண்களை ஏறுவரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் வரிசைப்படுத்தி எழுத இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.16 ஒரு பள்ளியின் மூன்று ஆண்டுகளில் நடைபெற்ற நீளம் தாண்டுதல் போட்டியின் சாதனைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றை ஏறுவரிசையில் அமைக்க.

(i) முதல் வருடம் 4.90 மீ (ii) இரண்டாவது வருடம் 4.91 மீ

(iii) மூன்றாவது வருடம் 4.95 மீ

தீர்வு

மூன்று தசம எண்களின் முழு எண் பகுதியானது சமமாகும். தசம எண் பகுதியில் பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கமும் சமமாக உள்ளது.

நூறில் ஒன்றாம் இலக்கங்கள் 0, 1 மற்றும் 5. $0 < 1 < 5$

எனவே, ஏறுவரிசை 4.90, 4.91, 4.95.

குறிப்பு

இறங்கு வரிசை:

4.95, 4.91, 4.90

எடுத்துக்காட்டு 1.17 மேகலாவும் கலாவும் வாங்கிய தர்ப்பூசணிப் பழங்களின் எடைகள் முறையே 13.523 கி.கி மற்றும் 13.52 கி.கி எனில், எது அதிக எடையுடையது?

தீர்வு

$$13.523 = 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$$

$$13.52 = 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{0}{1000}$$

குறிப்பு

3.300 மற்றும் 3.3 சமம்.

$3.300 = 3.3$

மேற்கண்ட இரண்டு தசம எண்களிலும் நூறில் ஒன்றாம் இலக்கம் வரை ஒரே மதிப்புகளைப் பெற்றுள்ளன. ஆனால் ஆயிரத்தில் ஒன்றாம் இலக்கமானது 13.52 ஐ விட 13.523 இல் அதிகமாக உள்ளது.

எனவே, $13.523 > 13.520$

பயிற்சி 1.3

1. கீழ்க்காணும் எண்களை ஒப்பிட்டுச் சிறிய எண்ணைக் கண்டுபிடி.
   (i) 2.08, 2.086 (ii) 0.99, 1.9 (iii) 3.53, 3.35
   (iv) 5.05, 5.50 (v) 123.5, 12.35

2. பின்வருவனவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.
   (i) 2.35, 2.53, 5.32, 3.52, 3.25 (ii) 123.45, 123.54, 125.43, 125.34, 125.3

3. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை ஒப்பிட்டுப் பெரிய எண்ணைக் கண்டுபிடி.
   (i) 24.5, 20.32 (ii) 6.95, 6.59 (iii) 17.3, 17.8
   (iv) 235.42, 235.48 (v) 0.007, 0.07 (vi) 4.571, 4.578

4. பின்வருவனவற்றை இறங்குவரிசையில் எழுதுக.
   (i) 17.35, 71.53, 51.73, 73.51, 37.51 (ii) 456.73, 546.37, 563.47, 745.63, 457.71

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. 0.009 = _______
   (i) 0.90 (ii) 0.090 (iii) 0.00900 (iv) 0.900

6. 37.70 ☐ 37.7

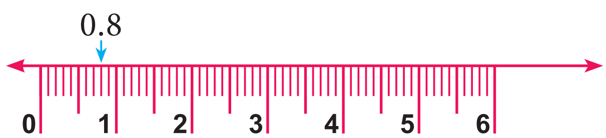
(i) = (ii) < (iii) > (iv) ≠

7. 78.56 ☐ 78.57

(i) < (ii) > (iii) = (iv) ≠

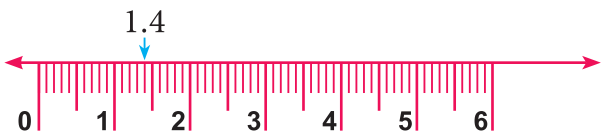
1.5 தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல் (Representing Decimal Numbers on the Number Line)

நாம் ஏற்கனவே பின்னங்களை எண்கோட்டில் குறித்தல் பற்றிக் கற்றுக்கொண்டோம். தற்போது தசம எண்களை எண்கோட்டில் எவ்வாறு குறித்துக் காட்டுவது என்பதைக் காண்போம். 0.8 என்ற தசம எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம். இதில் 8, பத்தில் ஒன்றாவது இடத்தில் உள்ளது. அதாவது $0.8 = \left(\frac{8}{10}\right)$ என்பது ‘0’ ஐ விடப் பெரியது மற்றும் ‘1’ஐ விடச் சிறியது என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே ‘0’க்கும் ‘1’க்கும் இடையே உள்ள அலகுகளைப் பத்து சமமான பகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றில் எட்டுப் பகுதிகளாகக் கீழே உள்ளவாறு படத்தில் குறிக்கலாம்.



படம் 1.3

1.4 என்னும் தசம எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்க முடியுமா? இதோ எவ்வாறு குறிக்கலாம் எனப் பார்க்கலாம். 1.4 என்ற எண்ணானது ஒன்று மற்றும் பத்தில் நான்கு பாகங்களைக் கொண்டுள்ளது. எனவே, இவ்வெண் 1 மற்றும் 2 இக்கு இடையில் உள்ளது. இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.



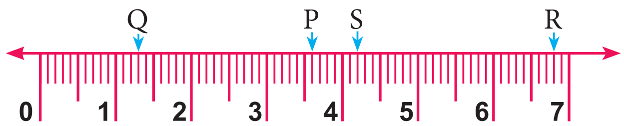
படம் 1.4

இவற்றை முயல்க

1. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்க.
   (i) 0.3 (ii) 1.7 (iii) 2.3
2. 2 மற்றும் 3 க்கு இடையில் உள்ள தசம எண்களில் ஏதேனும் இரண்டினை எழுதுக.
3. ‘1’ஐ விட அதிகமாகவும், ‘2’ஐ விடக் குறைவாகவும் உள்ள ஏதேனும் ஒரு தசம எண்ணை எழுதுக.

பயிற்சி 1.4

1. எண்கோட்டில் P, Q, R மற்றும் S புள்ளிகள் குறிக்கும் தசம எண்களை எழுதுக.



2. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்க.

   (i) 1.7 (ii) 0.3 (iii) 2.1

3. எந்த இரு முழு எண்களுக்கு இடையில் கீழ்க்காணும் தசம எண்கள் இடம்பெறும் என்பதை எழுதுக.

   (i) 3.3 (ii) 2.5 (iii) 0.9

4. பின்வருவனவற்றுள் பெரிய தசம எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க.

   (i) 2.3 (அல்லது) 3.2 (ii) 5.6 (அல்லது) 6.5 (iii) 1.2 (அல்லது) 2.1

5. பின்வருவனவற்றில் சிறிய தசம எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க.

   (i) 25.3, 25.03 (ii) 7.01, 7.3 (iii) 5.6, 6.05

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

6. 1.7 எந்த இரு எண்களுக்கிடையில் அமைந்துள்ளது?

   (i) 2, 3 (ii) 3, 4 (iii) 1, 2 (iv) 1, 7

7. 4, 5 ஆகிய இரு முழு எண்களுக்கிடையில் அமைந்துள்ள தசம எண் _____ ஆகும்.

   (i) 4.5 (ii) 2.9 (iii) 1.9 (iv) 3.5

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தசம எண்களை இடமதிப்பு அட்டவணையில் எழுதவும்.

   (i) 247.36 (ii) 132.105

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றையும் தசம வடிவில் எழுதவும்.

   (i) $300+5+\frac{7}{10}+\frac{9}{100}+\frac{2}{1000}$ (ii) $1000+400+30+2+\frac{6}{10}+\frac{7}{100}$

3. பின்வரும் தசம எண் சோடிகளில் எது பெரியது?

   (i) 0.888, 0.28 (ii) 23.914 , 23.915

4. 25 மீ நீச்சல் போட்டியில் 5 நீச்சல் வீரர்கள் A, B, C, D, E ஆகியோர் கலந்து கொண்டனர். அவர்களின் நேரங்கள் முறையே 15.7 வினாடிகள், 15.68 வினாடிகள், 15.6 வினாடிகள், 15.74 வினாடிகள், 15.67 வினாடிகள் எனில், போட்டியின் வெற்றியாளரைக் கண்டறிக.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தசமஎண்களை பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 23.4 (ii) 46.301

6. பின்வருவனவற்றைக் கிலோ மீட்டரில் மாற்றுக.

(i) 256 மீ (ii) 4567 மீ

7. ஒரு வகுப்பில் 26 மாணவர்களும் மற்றும் 24 மாணவிகளும் உள்ளனர். அவர்களின் பின்னங்களைத் தசம வடிவில் குறிப்பிடுக.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

8. கீழ்க்காணும் தொகையைத் தசம எண்ணில் எழுதுக.

(i) 809 ரூபாய் 99 பைசா (ii) 147 ரூபாய் 70 பைசா

9. தசம எண்களைப் பயன்படுத்தி மீட்டரில் எழுதுக.

(i) 1328 செ.மீ (ii) 419 செ.மீ

10. பின்வருவனவற்றைத் தசமக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்திக் குறிக்க.

(i) 8 மீ 30 செ.மீ –ஐ மீட்டரில் குறியிடுக (ii) 24 கி.மீ 200 மீ -ஐ கிலோமீட்டரில் குறியிடுக

11. பின்வரும் தசமப் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{23}{10000}$ (ii) $\frac{421}{100}$ (iii) $\frac{37}{10}$

12. பின்வரும் தசமங்களைப் பின்னமாக மாற்றி சுருங்கிய வடிவில் எழுதுக.

(i) 2.125 (ii) 0.0005

13. 0.07, 0.7 என்ற தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்க.

14. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை சொற்களில் எழுதுக.

(i) 4.9 (ii) 220.0 (iii) 0.7 (iv) 86.3

15. கீழ்க்கண்ட தசம எண்கள் எண்கோட்டில், எந்த இரு முழு எண்களுக்கு இடையில் அமையும்?

(i) 0.2 (ii) 3.4 (iii) 3.9

(iv) 2.7 (v) 1.7 (vi) 1.3

16. $\frac{9}{10}$ கி.மீ ஆனது 1 கி. மீ–க்கு எவ்வளவு குறைவாக உள்ளது? அதனைத் தசம வடிவில் குறிக்க.

K4V8B2

பாடச்சுருக்கம்

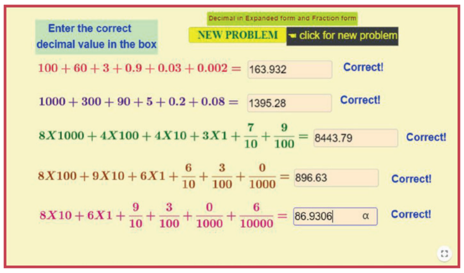
- பத்தில் ஒன்றை $\left(\frac{1}{10}\right)$, 0.1 எனத் தசமக் குறியீட்டு வடிவில் எழுத இயலும்.
- புள்ளியானது தசமப் புள்ளியைக் குறிக்கும்; அது ஒன்றாம் இடத்திற்கும், பத்தில் ஒன்றாம் இடத்திற்கும் இடையில் அமையும்.
- ஓர் எண்ணின் தசம இலக்கங்களின் இடமதிப்புகள் பத்தில் ஒன்று $\left(\frac{1}{10}\right)$, நூறில் ஒன்று $\left(\frac{1}{100}\right)$, ஆயிரத்தில் ஒன்று $\left(\frac{1}{1000}\right)$ ஆகும்.
- எந்த எண்ணிலும், ஓர் இலக்கத்திலிருந்து அடுத்த இலக்கத்திற்கு வலப்பக்கமாக நகரும்பொழுது அதன் இடமதிப்பானது 10 ஆல் வகுபடும்.
- ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது $10,\ 10^2,\ 10^3,...$ இல் ஏதாவது ஒன்று எனில், அவற்றைத் தசமங்களாகக் குறிப்பிட இயலும்.
- ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது எந்த எண்ணாக இருந்தாலும், அதனைச் சமானப் பின்னங்களின் கருத்தினைப் பயன்படுத்தி 10 இன் அடுக்குகளாக மாற்ற இயலுமாயின், அதனைத் தசமங்களாகக் குறிக்க இயலும்.
- இரண்டு தசம எண்களை ஒப்பிடுவதற்கு, இலக்கங்களை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கமாக ஒப்பிட வேண்டும்.

இணையச் செயல்பாடு

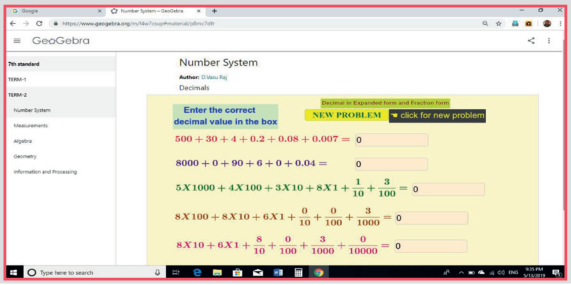
படி-1: கீழ்க்காணும் உரலி/விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஜியோ ஜீப்ரா இணையப் பக்கத்தில் 'எண்ணியல்' என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். "புதிய கணக்குகள்" என்பதைச் சொடுக்கவும்.

படி-2 : சரியான தசம எண்ணைத் தட்டச்சு செய்து உள்ளீடு செய்யவும். மேலும் உள்நுழை (Enter) பொத்தானை அழுத்தவும். விடை சரியானது எனில், 'சரி' எனத் திரையில் தோன்றும் இல்லையெனில், மீண்டும் முயற்சிக்க' எனத் தோன்றும். சரியான விடைகளை உள்ளீடு செய்யவும். மேலும் புதிய கணக்குகளை சொடுக்கவும்.

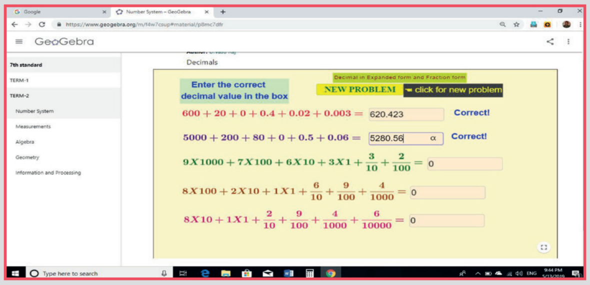
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

எண்ணியல் : https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/p8mc7dfr

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

B347_7_MATHS_TM

இயல் 2

அளவைகள்

Y7X1J5

கற்றல் நோக்கங்கள்

- வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகிய கருத்துகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- வட்டம் மற்றும் செவ்வக வடிவப் பாதைகளின் பரப்பளவைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.

2.1 அறிமுகம்

சதுரம், செவ்வகம் போன்ற மூடிய வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைப் பற்றி நாம் முன்னரே படித்திருக்கிறோம். சுவரில் வில்லைகளைப் பதித்தல், வாகன நிறுத்துமிடத்தைக் கற்களால் நிரப்புதல், வயல் அல்லது பூங்காவிற்கு வேலி அமைத்தல் போன்ற இடங்களில் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, சுற்றளவு ஆகியவை பற்றிய கருத்துகள் தேவையாக உள்ளன. இந்த இயலில் நாம் மேற்குறிப்பிட்ட கருத்துக்களின் நீட்சியாக வட்டத்தின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவை பற்றி இந்த இயலில் அறிந்துக் கொள்வோம். வட்டத்திற்கு மிகச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டு சக்கரம். சக்கரங்களின் கண்டுபிடிப்பு உண்மையாகவே மனிதக் குலத்தின் மிகப் பெரிய சாதனை என்றே கூறலாம்.

ஆசிரியர் கீழ்க்காணும் சக்கரங்களின் படத்தைக் காட்டி வினாக்களை வினவுகிறார்.



படம் 2.1



படம் 2.2

ஆசிரியர் : பரத் படம் 2.1 இல் உள்ள படத்தின் பெயரைக் கூற முடியுமா?

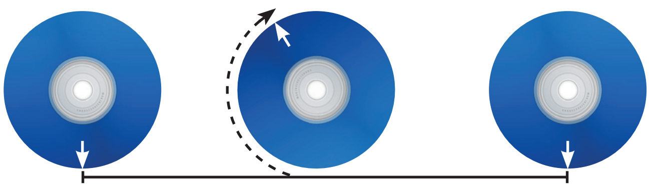
பரத் : ஆம் அம்மா / ஐயா. அது ஒரு மிதிவண்டியின் சக்கரம் ஆகும்.

ஆசிரியர் : சத்திஷ், படம் 2.2 இல் உள்ளது என்ன என்று கூறுவாயா?

சத்திஷ் : ஆம் அம்மா / ஐயா, அது ஒரு மகிழுந்தின் சக்கரம் ஆகும்.

ஆசிரியர் : சுரேஷ், இரு படங்களின் வடிவத்தையும் கூற முடியுமா?

சுரேஷ் : ஆம் அம்மா/ ஐயா, அவை வட்ட வடிவத்தில் உள்ளன.



படம் 2.3

ஆசிரியர் : ஆம். சரியாகக் கூறினாய். மேரி, அச்சக்கரம் ஒரு முறை சுழன்றால் கடக்கும் தொலைவு எவ்வளவு என்று கூறுவாயா?

மேரி : எனக்குத் தெரியவில்லை அம்மா/ஐயா.

ஆசிரியர் : சரி, வட்டத்தைச் சுற்றியுள்ள அளவை நாம் எவ்வாறு அளப்பது? வட்ட வடிவம், நேர்க்கோட்டைப் பக்கமாகக் கொண்டிராமல் வளைகோட்டைக் கொண்டு அமைந்துள்ளதால் அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி அளக்க முடியாது. ஆனால் வட்டத்தைச் சுற்றியுள்ள அளவை அளப்பதற்கு ஒரு வழி உள்ளது. வட்டப் பரிதியில் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. குறித்த புள்ளி தரையுடன் ஒன்றுமாறு சக்கரத்தைத் தரையில் வைக்கவும். இதனை ஆரம்பப் புள்ளியாக எடுத்துக் கொள்க. குறித்த புள்ளியானது மீண்டும் தரையைத் தொடும்வரை ஒரு நேர்கோட்டின் வழியாகச் சக்கரத்தைச் சுழற்றுக. அது கடந்த தொலைவானது வெளிப்புற வட்டத்தைச் சுற்றியுள்ள தொலைவாகும். அதுதான் பரிதியாகும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் அளவைகள்



சிமெண்ட் குழாய்கள்



தேநீர்க் கோப்பையும் தட்டும்

2.2 வட்டம் (Circle)

நம்முடைய அன்றாட வாழ்வில் பல்வேறு இடங்களில் வட்ட வடிவங்களைக் கடந்து வந்துள்ளோம். வட்ட வடிவத்தைப் புரிந்து கொள்வதற்கு முதலில் ஒரு செயல்பாட்டின் மூலம் வட்டத்தைப் படி (trace) எடுப்பது எவ்வாறு என்பதை நாம் அறியலாம்.

செயல்பாடு



பலகையில் ஆணியைப் பொருத்தி அதனைச் சுற்றிக் கயிற்றைக் கட்டுக. மேலும் மற்றொரு முனையில் பென்சிலைப் படத்தில் உள்ளவாறு பொருத்துக. கயிற்றைத் தொய்வின்றி வைத்துப் பென்சிலால் வரைக. பென்சிலானது வட்டத்தைப் படி எடுக்கிறது.

ஆணியின் நிலையை மாற்றும்பொழுது என்ன நடக்கிறது? அதே வட்டம் அல்லது மாறுபட்ட வட்டம் கிடைக்கிறதா? நாம் கயிற்றை நீளமாக்கலாமா? நீளமாக்கிய பிறகும் இதே அளவுள்ள வட்டத்தைப் பெறுவோமா?

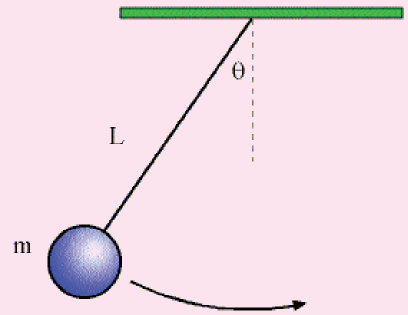
பென்சிலுக்குப் பதிலாகப் பேனாவைப் பொருத்தலாமா? வட்டம் என்னவாகிறது? ஆம். பென்சில், பேனா அல்லது வண்ணப் பென்சிலை மாற்றுவதால் வட்டத்தின் வண்ணம் மட்டுமே மாறுகிறது. ஆனால் ஆணியை இடம் மாற்றினாலோ அல்லது கயிற்றின் நீளத்தை மாற்றினாலோ வட்டத்தின் இடம் மாறுகிறது. மேலும் அளவும் மாறுகிறது. ஆணியின் நிலைப்புள்ளி மற்றும் கயிற்றின் நீளம் ஆகிய இரண்டும் வட்டத்திற்கு மிகவும் முக்கியமானவை ஆகும்.

பலகையில் ஆணியின் இடம், வட்டத்தின் மையம் (O); கயிற்றின் நீளம், வட்டத்தின் ஆரம் (r) ஆகும்.

வட்டத்தைப் படி எடுக்கும்பொழுது கயிற்றின் ஏதேனும் இரு நேர்க்கோட்டிலமையும் நிலைகள் வட்டத்தின் விட்டமாகும் (d). இது ஆரத்தின் இரு மடங்காகும் $(d=2r)$.

இவற்றை முயல்க

1. வட்ட வடிவத்தில் அமைந்த வாழ்வியல் எடுத்துக்காட்டுகள் சில கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.





இவை தவிர, மேலும் மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளை வழங்குக.

2. உன்னுடைய மிதிவண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.
3. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் யாது?
4. வளையலின் ஆரம் 2 அங்குலம் எனில், அதன் விட்டம் காண்க.

செயல்பாடு

வட்டத்தின் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்

(மாணவர்களை) வெவ்வேறு ஆரங்களில் ஐந்து வட்டங்களைத் தாளில் வரையச் செய்க. நூல் மற்றும் அளவுகோலின் உதவியுடன் அவ்வட்டங்களின் ஆரம், விட்டம் மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடச் செய்க.

மேற்கண்ட அளவுகளைப் பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்துக.

வட்டம்	ஆரம் (r)	விட்டம் (d)	சுற்றளவு (C)	சுற்றளவு, விட்டம் ஆகியவற்றின் விகிதம் (C/d)

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து என்ன அறிகிறீர்கள்? வட்டத்தின் சுற்றளவானது விட்டத்தின் மூன்று மடங்கைவிட அதிகமாக உள்ளது எனக் கூற முடியுமா?

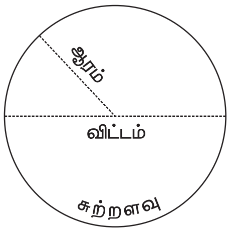
2.3 வட்டத்தின் சுற்றளவு (Circumference of a Circle)

அனைத்து வட்டங்களும், ஒன்றுக்கு ஒன்று வடிவொத்தவையாக உள்ளன. ஆகவே, அதன் சுற்றளவுக்கும், விட்டத்துக்கும் இடையேயான விகிதம் எப்போதும் ஒரு மாறிலியாக உள்ளது.

அதாவது, $\frac{\text{சுற்றளவு}}{\text{விட்டம்}}$ = மாறிலி [π (pi) என்க]

ஆகவே, $\frac{C}{d} = \pi$ இதன் தோராய மதிப்பு 3.14 ஆகும்.

விட்டம் என்பது ஆரத்தின் இரு மடங்கு $(2r)$ என அறிவோம். எனவே, இந்தச் சமன்பாட்டை $\frac{C}{2r} = \pi$ என்றும் எழுதலாம்.



படம் 2.4

இவற்றிலிருந்து, வட்டத்தின் சுற்றளவுக்கான சூத்திரம் $C = 2\pi r$ அலகுகள் என அறிகிறோம்.

இப்போது, வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = \pi d$ மற்றும் $d = 2r$ என்று அறிவோம். எனவே எந்த வட்டத்திற்கும், கொடுக்கப்பட்ட 'r' அல்லது 'd' இக்கு, நம்மால் C காண முடியும். இதேபோல், C கொடுக்கப்பட்டால் 'r' அல்லது 'd' ஐக் காணலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1. π இன் தசம மதிப்புகளைக் கண்டறிவதில், கணித அறிஞர்களிடம் பலத்த போட்டி நிலவுகிறது.



2. உலகப் புகழ்பெற்ற எகிப்து பிரமிடுகளின் கட்டமைப்பில் π என்னும் மாறிலி பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

3. கணிதவியலாளர்கள், கணினி உதவியுடன் இதுவரை 12 லட்சம் கோடி (trillion) தசம மதிப்புகளுக்கு மேற்பட்டு π இன் மதிப்பைக் கண்டறிந்துள்ளனர்.

சிந்திக்க

சமப் பரப்பளவுள்ள அனைத்து மூடிய உருவங்களிலும், வட்டம்தான் மிகக் குறைந்த சுற்றளவு உடையது. இக்கூற்று உண்மையா எனச் சோதித்து அறிக.

எடுத்துக்காட்டு 2.1 படம் 2.5 இல் உள்ள வளையலின் சுற்றளவைக் கணக்கிடுக. ($\pi = 3.14$ என்க)

தீர்வு

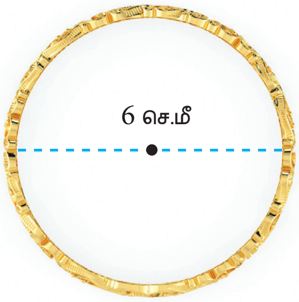
கொடுக்கப்பட்டது, $d = 6$ செ.மீ, ஆனால், $d = 2r = 6$ செ.மீ, $r = 3$ செ.மீ

வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$ அலகுகள்

$= 2\pi \times 3$

$= 18.8496 \simeq 18.84$

எனவே, சுற்றளவு 18.84 செ.மீ ஆகும்.



படம் 2.5

எடுத்துக்காட்டு 2.2 ஆரம் 14 செ.மீ உடைய வட்டத் தகட்டின் சுற்றளவைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு

வட்டத்தகட்டின் ஆரம் $(r) = 14$ செ.மீ

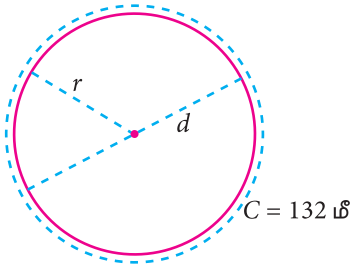
அதன் சுற்றளவு $= 2\pi r$ அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$= 88$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 2.3 ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 132 மீ எனில், அதன் ஆரம் மற்றும் விட்டம் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு



படம் 2.6

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r$ அலகுகள்

$\frac{C}{2\pi} = r$

கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் சுற்றளவு = 132 மீ

$r = \frac{132}{2 \times \frac{22}{7}}$

$= \frac{132}{2} \times \frac{7}{22}$

எனவே, ஆரம் $r = 21$ மீ

விட்டம் $d = 2r$

$= 2 \times 21$

$= 42$ மீ

எடுத்துக்காட்டு 2.4 கடிகாரத்தில், 56 மி.மீ நீளமுள்ள வினாடி முள்ளின் முனை ஒரு நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவைக் கணக்கிடுக. (இங்கு $\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு

இங்கு, வினாடி முள்ளின் முனை ஒரு நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவு என்பது வட்டத்தின் சுற்றளவையும், வினாடி முள்ளின் நீளம் என்பது அவ்வட்டத்தின் ஆரத்தையும் குறிக்கிறது. மேலும் ஆரம் $r = 56$ மி.மீ.

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r$ அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 56$$

$$= 2 \times 22 \times 8$$

$= 352$ மி.மீ



படம் 2.7

ஆகவே, வினாடி முள்ளின் முனை, 1 நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவு 352 மி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.5 ஒரு டிராக்டர் வண்டிச் சக்கரத்தின் ஆரம் 77 செ.மீ எனில், அது 35 முறை சுற்றும்போது, கடக்கும் தொலைவைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)


படம். 2.8

தீர்வு

ஒரு சுழற்சியில் கடக்கும் தொலைவு = வட்டத்தின் சுற்றளவு

$= 2\pi r$ அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 77$$

$$= 2 \times 22 \times 11$$

$= 484$ செ.மீ

எனவே, ஒரு சுற்றில் கடக்கும் தொலைவு $= 484$ செ.மீ

35 சுற்றில் கடக்கும் தொலைவு $= 484 \times 35 = 16940$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 2.6 ஒரு விவசாயி, 420 மீ ஆரமுடைய வட்ட வடிவில் அமைந்திருக்கும் கோழிப் பண்ணையைச் சுற்றி, முள்வேலி அமைக்க விரும்புகிறார். அதற்கு ஒரு மீட்டருக்கு ₹12 வீதம் செலவாகும். அவரிடம் ₹30,000 உள்ளது எனில், அவரது பண்ணைக்கு முள்வேலி அமைக்க இன்னும் எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும்? (இங்கு, $\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு

கோழிப்பண்ணையின் ஆரம் $= 420$ மீ

தேவையான முள்வேலியின் நீளம் என்பது வட்டத்தின் சுற்றளவு ஆகும்.

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r$ அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 420$$

$$= 2 \times 22 \times 60$$

ஆகவே, தேவையான முள்வேலியின் நீளம் $= 2640$ மீ

மீட்டருக்கு ₹12 வீதம் பண்ணைக்கு முள்வேலி அமைக்க ஆகும் செலவு $= 2640 \times 12$

$= ₹31,680$

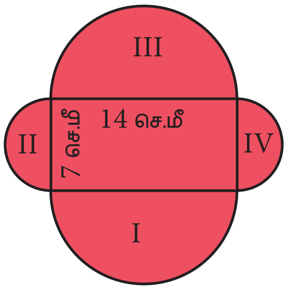
அவனிடம் உள்ள தொகை ₹30,000 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே, தேவையான தொகை $=$ ₹31,680 − ₹30,000 = ₹1,680.

எடுத்துக்காட்டு 2.7 படம் 2.9 இல் உள்ள உருவத்தின் சுற்றளவு காண்க. (இங்கு, $\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு

இந்த உருவத்தில், செவ்வகத்தின் ஒவ்வொரு பக்கங்கள் மீதும் அமைந்த அரைவட்டங்களின் சுற்றளவைக் கணக்கிட வேண்டும். இவ்வுருவம், இரு வெவ்வேறு அளவுள்ள அரை வட்டங்களால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த அரைவட்டங்களின் விட்டங்கள் 7 செ.மீ மற்றும் 14 செ.மீ.



படம் 2.9

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = \pi d$ அலகுகள் என்று அறிவோம்.

எனவே, அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= \frac{1}{2}\pi d$ அலகுகள்

7 செ.மீ விட்டமுள்ள அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 = 11$ செ.மீ

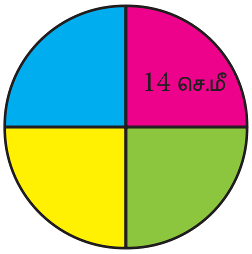
ஒரு சோடி (II மற்றும் IV) அரை வட்டங்களின் சுற்றளவு $= 2 \times 11 = 22$ செ.மீ

இதேபோல், 14 செ.மீ விட்டமுள்ள அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14 = 22$ செ.மீ

ஒரு சோடி (I மற்றும் III) அரை வட்டங்களின் சுற்றளவு $= 2 \times 22 = 44$ செ.மீ

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட உருவத்தின் சுற்றளவு $= 22 + 44 = 66$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 2.8 கண்ணன் என்பவர் 14 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத் தகட்டை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறார். அதன் ஒரு கால் வட்டத் தகட்டின் சுற்றளவு காண்க. (இங்கு, $\pi = \frac{22}{7}$)



படம் 2.10

தீர்வு

கால் வட்டத் தகட்டின் சுற்றளவு காண, முதலில் அந்தக் கால்வட்டத்தின் வில்லின் சுற்றளவு காண வேண்டும்.

வட்டத்தின் ஆரம் $(r) = 14$ செ.மீ

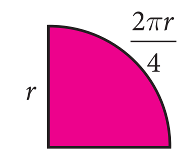
வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$ அலகுகள்

எனவே, கால்வட்டத்தின் வில்லின் சுற்றளவு $= \frac{1}{4} \times 2\pi r$

$= \frac{\pi r}{2}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14}{2}$

$= 22$ செ.மீ



படம் 2.11

கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் ஆரம் $= 14$ செ.மீ

ஆகவே, தேவையான உருவத்தின் சுற்றளவு, $C = 14 + 14 + 22$

$= 50$ செ.மீ

சிந்திக்க

(i) ஓர் அரைவட்ட வில்லின் சுற்றளவும், அதே ஆரமுள்ள அரைவட்டத் தகட்டின் சுற்றளவும் சமமாகுமா? விவாதிக்க.

(ii) போக்குவரத்துக் கட்டுப்பாட்டு விளக்குகள் (traffic lights) வட்ட வடிவத்திலேயே இருக்கும். ஏன்?

(iii) தண்ணீர் தேங்கி நிற்கும் ஒரு குட்டையில், ஒரு கல்லை எறிந்தால், அதன் அதிர்வு அலைகள் வட்டமாகவே இருக்கும். ஏன்?

பயிற்சி 2.1

1. பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள வட்டங்களுக்கு அதன் விடுபட்ட ஆரம் (r), விட்டம் (d) மற்றும் சுற்றளவு (C) காண்க.

வ. எண்	ஆரம் (r)	விட்டம் (d)	சுற்றளவு (C)
(i)	15 செ.மீ		
(ii)			1760 செ.மீ
(iii)		24 மீ	

2. வெவ்வேறு வட்டங்களின் விட்டங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றின் சுற்றளவைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

   (i) $d = 70$ செ.மீ (ii) $d = 56$ மீ (iii) $d = 28$ மி.மீ

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஆர அளவுகள் உடைய வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

   (i) 49 செ.மீ (ii) 91 மி.மீ

4. ஒரு வட்டக் கிணற்றின் விட்டம் 4.2 மீ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க?

5. ஒரு மாட்டுவண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டம் 1.4 மீ. அது 150 முறை சுழலும்போது கடக்கும் தொலைவைக் காண்க?

6. ஒரு விளையாட்டுத் திடல், 350 மீ விட்டத்துடன் கூடிய வட்ட வடிவில் உள்ளது. ஓர் ஓட்டப்பந்தய வீரர், அத்திடலை நான்கு முறை சுற்றி வருகிறார் எனில், அவர் கடந்த தொலைவைக் கணக்கிடுக.

7. 1320 செ.மீ நீளமுள்ள ஒரு கம்பி, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டங்களாக மாற்றப்படுகிறது எனில், எத்தனை வட்டக்கம்பிகளை உருவாக்க முடியும் எனக் கணக்கிடுக.

8. 63 மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவில் ஒரு ரோஜாத் தோட்டம் உள்ளது. அதன் தோட்டக்காரர், மீட்டருக்கு ₹150 வீதம் செலவு செய்து, அத்தோட்டத்திற்கு வேலி அமைக்க விரும்புகிறார் எனில், அதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண உதவும் சூத்திரம்

(i) $2\pi r$ அலகுகள் (ii) $\pi r^2 + 2r$ அலகுகள்

(iii) πr^2 சதுர அலகுகள் (iv) πr^3 கன அலகுகள்

10. $C = 2\pi r$ என்னும் சூத்திரத்தில், 'r' என்பது

(i) சுற்றளவு (ii) பரப்பளவு (iii) சுழற்சி (iv) ஆரம்

11. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 82π எனில், அதன் 'r' இன் மதிப்பு

(i) 41 செ.மீ (ii) 82 செ.மீ (iii) 21 செ.மீ (iv) 20 செ.மீ

12. வட்டத்தின் சுற்றளவு என்பது எப்போதும்

(i) அதன் விட்டத்தைப் போல் மூன்று மடங்கு
(ii) அதன் விட்டத்தின் மூன்று மடங்கை விட அதிகம்
(iii) அதன் விட்டத்தின் மூன்று மடங்கை விடக் குறைவு
(iv) அதன் ஆரத்தைப் போல் மூன்று மடங்கு

2.4 வட்டத்தின் பரப்பளவு (Area of the Circle)

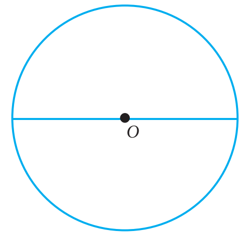
பின்வரும் சூழலைக் கருதுக.

ஒரு கம்பத்தில், ஒரு காளைமாடு கயிற்றால் கட்டப்பட்டுள்ளது. அந்த மாடு சுற்றி வந்து புல்லை மேய்கிறது எனில், அந்த மாடு மேயக்கூடிய அதிகபட்சப் பகுதி என்னவாக இருக்கும்?

இந்தச் சூழலில் நாம் கண்டறிய வேண்டியது பரப்பளவா அல்லது சுற்றளவா? ஆம். நாம் கண்டறிய வேண்டியது, வட்டப்பகுதியின் பரப்பளவு ஆகும்.

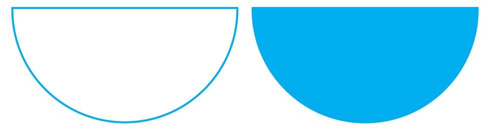
நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்த செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காணும் முறையைப் பயன்படுத்தி, வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காணலாம்.

1. தாளில் ஒரு வட்டம் வரைக.



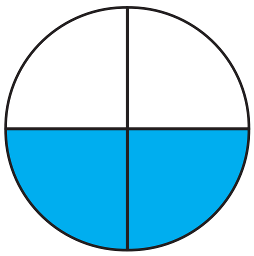
படம் 2.12

2. அதன் விட்டம் வழியே, அதனை இரண்டாக மடித்து, இரு அரைவட்டங்களாக்குக. அந்த வட்டத்தின் ஒரு பாதியை நிழலிடுக. (படம் 2.13)

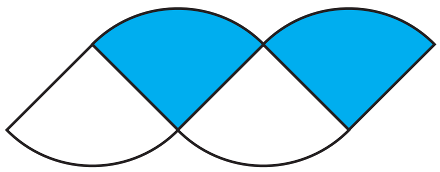


படம் 2.13

3. அந்த அரை வட்டத்தை மீண்டும் மடித்து, நான்கு கால்பகுதிகளாக்குக. (படம் 2.14) இல் வட்டமானது நான்கு கால் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டதைக் காட்டுகிறது. படம் 2.15 இல் உள்ள உருவம்போல, அந்த நான்கு கால்பகுதிகளையும் மாற்றி அமைக்கலாம்.

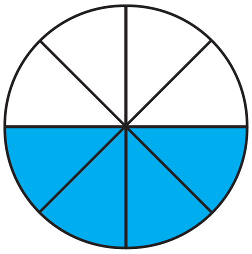


படம் 2.14

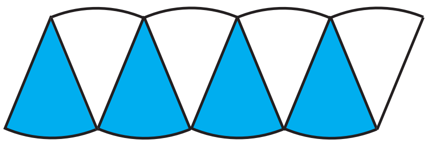


படம் 2.15

4. இச்செயலை மீண்டும் செய்வதன்மூலம் நான்கு பகுதிகள், எட்டுப் பகுதிகளாகப் படம் 2.16 இல் உள்ளவாறு சிறு பாகங்களாகும். படம் 2.17 இல் உள்ளபடி, அச்சிறு பகுதிகளை மாற்றியமைத்துப் புதிய உருவத்தை அமைக்கலாம்.

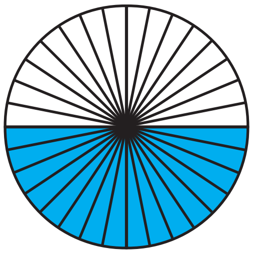


படம் 2.16

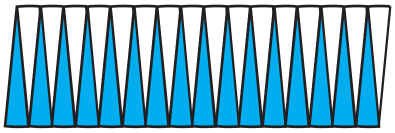


படம் 2.17

5. இவ்வாறு தொடர்ந்து செய்வதன்மூலம், அந்த வட்டம், 16 சமபாகங்களாகப் பிறகு 32 சம பாகங்களாக, உள்ளபடி பிரியும். சம பாகங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்க, அதிகரிக்க அதனை மாற்றி அமைப்பதால் உருவாகும் உருவம் படம் 2.19 இல் உள்ளது போல, ஏறத்தாழ, ஒரு செவ்வகமாகும்.



படம் 2.18



படம் 2.19

D1F9N5

6. அந்தச் செவ்வகத்தின் மேல் மற்றும் அடிப்பக்கம், ஏறக்குறைய அந்த வட்டத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமமாகும். எனவே, அதன் மேற்பக்க நீளம், வட்டத்தின் சுற்றளவில் பாதி ஆகும். அதாவது, πr ஆகும். அச்செவ்வகத்தின் உயரம் என்பது வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு ஏறத்தாழச் சமமாகும்.

ஆகவே, சம பாகங்களின் எண்ணிக்கை மிக அதிகமாக இருக்கும்போது, அந்த வட்டத்தை நீளம் 'r' மற்றும் அகலம் 'r' உள்ள செவ்வகமாக மாற்றியமைக்க முடியும். இப்போது,

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ ச. அலகுகள்

$= \pi r \times r$

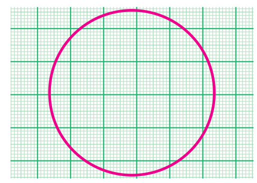
$= \pi r^2$

= வட்டத்தின் பரப்பளவு

ஆகவே, வட்டத்தின் பரப்பளவு $A = \pi r^2$ ச. அலகுகள்.

செயல்பாடு

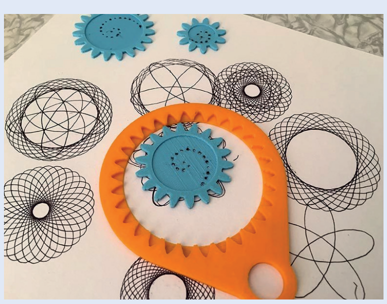
ஒரு வரைபடத்தாளில், பல்வேறு அளவுகளில் வட்டங்கள் வரைக. அந்த வட்டங்களின் பரப்பளவை, அவ்வட்டம் உள்ளடக்கிய சதுரங்களை எண்ணுதல் மூலம் காண்க. சில சதுரங்கள் முழுமையாக வட்டத்திற்குள் அமையாது. எனவே, நாம் வட்டத்தின் பரப்பளவைத் தோராயமாகவே கண்டறிகிறோம்.

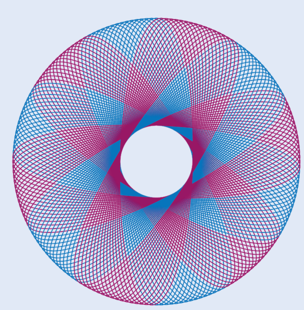


உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஸ்பைரோகிராப் (spirograph) மூலம் பெறப்படும் வடிவங்கள்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட சில வடிவங்கள் ஸ்பைரோகிராப் (spirograph) பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்டவை. இவ்வடிவங்களை உற்று நோக்கினால், ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு வடிவமைப்பிலான வட்டங்களாக இருப்பதைக் காணலாம்.





சிந்திக்க

ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவும், பரப்பளவும் எண்ணளவில் சமம் எனில், அதன் ஆரத்தின் மதிப்பைக் காண இயலுமா?

எடுத்துக்காட்டு 2.9 ஆரம் 21 செ.மீ அளவுள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க. ($\pi = 3.14$ என்க)

தீர்வு

ஆரம் (r) $= 21$ செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$= 3.14 \times 21 \times 21$

$= 1384.74$

$= 1384.74$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.10 28 செ.மீ விட்டமுள்ள சாகச வளையத்தின் (hula loop) பரப்பளவைக் காண்க ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு

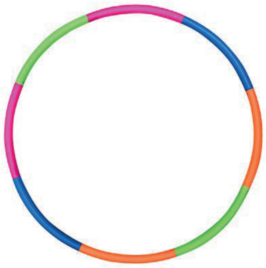
கொடுக்கப்பட்ட விட்டம் $(d) = 28$ செ.மீ

ஆரம் (r) $= \frac{28}{2} = 14$ செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

ஆகவே, வட்டத்தின் பரப்பளவு $= 616$ செ.மீ^{2}



படம் 2.20

எடுத்துக்காட்டு 2.11 ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு 2464 செ.மீ^{2}. அதன் ஆரம் மற்றும் விட்டம் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= 2464$ செ.மீ^{2}

$\pi r^2 = 2464$

$\frac{22}{7} \times r^2 = 2464$

$r^2 = 2464 \times \frac{7}{22}$

$r^2 = 112 \times 7 = 784$

$r^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$= 4 \times 4 \times 7 \times 7$

$= 4^2 \times 7^2$

$r^2 = (4 \times 7)^2$ $\quad [r \times r = (4\times7)\times(4\times7)]$

$r = 4 \times 7$

$= 28$ செ.மீ

2	784
2	392
2	196
2	98
7	49
	7

விட்டம் $(d) = 2 \times r = 2 \times 28 = 56$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.12 154 மீ சுற்றளவு உள்ள ஒரு வட்ட வடிவப் பூங்காவைச் சுற்றி ஒரு தோட்டக்காரர் நடக்கிறார். அதனைச் செப்பனிடச் சதுர மீட்டருக்கு ₹25 வீதம் ஆகும் மொத்த செலவு யாது? ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு

அவர் நடந்த தொலைவு என்பது, அந்த வட்டத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமமாகும். நடந்த தொலைவு 154 மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

வட்டத்தின் சுற்றளவு = 154 மீ

அதாவது, $2\pi r = 154$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 154$$

$$r = 154 \times \frac{7}{44}$$

$$r = 3.5 \times 7$$

$$= 24.5$$

வட்ட வடிவப் பூங்காவின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 24.5 \times 24.5$$

$$= 22 \times 3.5 \times 24.5$$

= 1886.5 மீ^{2}

ஒரு சதுர மீட்டர் பரப்பளவு பூங்காவைச் சமன்படுத்த ஆகும் செலவு = ₹ 25.

எனவே, 1886.5 ச. மீ பூங்காவைச் சமன்படுத்த ஆகும் செலவு

$= 1886.5 \times 25$ = ₹ 47,162.50

எடுத்துக்காட்டு 2.13 கயிற்றால் கட்டப்பட்ட மாடு மேய்ந்த பகுதியின் பரப்பளவு 9856 ச.மீ எனில், கயிற்றின் நீளம் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் பரப்பளவு = 9856 ச.மீ

$$\pi r^2 = 9856$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 9856$$

$$r^2 = 9856 \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 = 448 \times 7 = 3136$$

$$r^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$$

$$r^2 = 8 \times 8 \times 7 \times 7 = 8^2 \times 7^2 = (8 \times 7)^2$$

$r = 8 \times 7 = 56$ மீ

2	3136
2	1568
2	784
2	392
2	196
2	98
7	49
	7

ஆகவே, தேவையான கயிற்றின் நீளம் 56 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.14 ஒரு செவ்வகத்தின் இருபுறமும் அரைவட்டம் இணைந்த வடிவில் (படம் 2.21) ஒரு தோட்டம் அமைந்துள்ளது. அந்தச் செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே 16 மீ மற்றும் 8 மீ எனில், பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுக.

(i) தோட்டத்தின் சுற்றளவு (ii) தோட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பளவு

தீர்வு

(i) தோட்டத்தின் சுற்றளவு என்பது, செவ்வகத்தின் இரு நீளங்கள் 16 மீ மற்றும் இரு 8 மீ விட்டமுள்ள அரைவட்டங்களின் சுற்றளவு இணைந்தது.



படம் 2.21

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= \frac{\pi d}{2}$ அலகுகள்

$= \frac{\pi \times 8}{2} = 4\pi$

$= 4 \times 3.14$

$= 12.56$ மீ

ஆகவே, இரு அரைவட்டங்களின் சுற்றளவு $= 2 \times 12.56$

$= 25.12$ மீ

தோட்டத்தின் சுற்றளவு = நீளம்+நீளம்+இரு அரை வட்டங்களின் சுற்றளவு

$= 16 + 16 + 25.12$

$= 32 + 25.12$

$= 57.12$ மீ

(ii) தோட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பளவு

= செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + இரு அரை வட்டங்களின் பரப்பளவு

= செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + வட்டத்தின் பரப்பளவு

இங்குச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ ச. அலகுகள்

$= 16 \times 8$

$= 128$ மீ^{2} ...(1)

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$= 3.14 \times 4 \times 4$

$= 3.14 \times 16$

$= 50.24$ மீ^{2} ...(2)

G1D4Z2

(1) ,(2) லிருந்து தோட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பளவு $= 128 + 50.24$

$= 178.24$ மீ^{2}

7th_Maths_T2_TM_Chp2.indd 35 05-07-2019 18:08:11

இவற்றை முயல்க

ஒரு வரைபடத் தாளில், வெவ்வேறு ஆரங்களுடைய வட்டங்கள் வரைக. அந்த வட்டத்திற்குள் அடைபடும் சதுரங்களை எண்ணி, அவ்வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க. மேலும் சூத்திரப்படி பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.

(i) 4.2 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(ii) 28 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

பயிற்சி 2.2

1. 105 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்ட வடிவ உணவு மேசையின் பரப்பளவு காண்க.
2. 2.135 மீ ஆரமுள்ள குண்டு எறிதல் வளையத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.
3. ஒரு பூந்தோட்டத்தின் மையத்தில் அமைந்த நீர் தெளிப்பான், வட்ட வடிவப் பகுதியில் நீரைத் தெளிக்கிறது. நீர் தெளிக்கப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு 1386 செ.மீ ^{2} எனில், அதன் ஆரம் மற்றும் விட்டம் காண்க.
4. ஒரு வட்டப் பூங்காவின் சுற்றளவு 352 மீ எனில், அந்தப் பூங்காவின் பரப்பளவு காண்க.
5. 4.9 மீ நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றால் ஓர் ஆடு கட்டப்பட்டுள்ளது எனில், ஆடு மேயக்கூடிய அதிகபட்சப் பகுதியின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.



6. கயிற்றால் கட்டப்பட்ட காளை மாடு 2464 மீ^{2} பரப்பளவு உள்ள பகுதியில் புல்லை மேய முடியுமெனில் அந்தக் கயிற்றின் நீளம் காண்க.
7. லலிதா தன் வீட்டு வரவேற்பறைக்கு 63 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவ விரிப்பை வாங்க விரும்பினார். அந்த விரிப்பால் அடைபடும் பரப்பளவைக் காண்க.
8. 49 மீ விட்டமுள்ள வட்ட வடிவப் பூந்தோட்டத்தைத் தேன்மொழி சீரமைக்க விரும்பினாள். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹150 வீதம் செலவாகுமெனில், மொத்தச் செலவுத் தொகையைக் கணக்கிடுக.
9. 7 மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவ நீச்சல் குளத்தின் தளத்திற்குச் சிமெண்ட் பூசச் சதுர மீட்டருக்கு ₹18 செலவாகிறது எனில், மொத்தச் செலவுத் தொகையைக் கணக்கிடுக.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

10. வட்டத்தின் பரப்பளவு காண உதவும் சூத்திரம் ______ ச.அலகுகள்.

(i) $4\pi r^2$ (ii) πr^2 (iii) $2\pi r^2$ (iv) $\pi r^2 + 2r$

11. ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவிற்கும் அதன் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவிற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம்

(i) 2:1 (ii) 1:2 (iii) 4:1 (iv) 1:4

12. ஆரம் 'n' அலகுகள் உடைய வட்டத்தின் பரப்பளவு

(i) $2\pi r^2$ ச. அலகுகள் (ii) πm^2 ச. அலகுகள் (iii) πr^2 ச. அலகுகள் (iv) πn^2 ச. அலகுகள்

2.5 நடைபாதையின் பரப்பளவு (Area of Pathways)

நடைபாதைகள் பல்வேறு வடிவங்களில் இருப்பதைக் காண்கிறோம். இங்கு, வட்ட நடைபாதை, செவ்வக நடைபாதை ஆகிய இரு வகைகள் குறித்துக் காண்போம்..

2.5.1. வட்டப்பாதை (Circular Pathways)

நம்மைச் சுற்றியுள்ள வட்ட வடிவங்களை உற்று நோக்கினால், அங்கு வட்ட நடைபாதை இருப்பதைக் காணலாம். வட்ட நடைபாதை என்பது வெளி வட்டத்திற்கும் உள் வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பளவாகும். வெளி வட்டத்தின் ஆரம் 'R' எனவும், உள் வட்டத்தின் ஆரம் 'r' எனவும் கருதுவோம்.



படம் . 2.22

ஆகவே, வட்ட நடைபாதையின் பரப்பளவு $= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள்.

2.5.2 செவ்வகப்பாதை (Rectangular Pathways)

படம் 2.23-ல் உள்ளதுபோல், ஒரு செவ்வக வடிவப் பூங்காவைக் கருத்தில் கொள்க. அந்தப் பூங்காவின் வெளிப்புறத்தில் ஒரு சீரான பாதை அமைக்கப்பட்டால், அந்தப் பாதையின் பரப்பளவை எவ்வாறு கணக்கிடுவது?



படம் 2.23

அந்தப் பூங்காவை உள்ளடக்கிய சீரான பாதையும் செவ்வக வடிவில் உள்ளது. பூங்காவுடன் கூடிய பாதையை வெளிப்புறச் செவ்வகமாகக் கருதினால், பூங்கா உட்புறச் செவ்வகம் ஆகும். பூங்காவின் நீள, அகலம் l, b என்க. எனவே உட்புறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= lb$ ச. அலகுகள் ஆகும்.

w என்பது பாதையின் சீரான அகலம் என்க. எனவே, வெளிப்புறச் செவ்வகத்தின் நீள, அகலம் L மற்றும் B எனில், $L = l + 2w$, $B = b + 2w$.

இங்கு, செவ்வக நடைபாதையின் பரப்பளவு

= வெளிப்புறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு − உட்புறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$= (LB - lb)$ ச.அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2.15 ஒரு பூங்கா வட்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மையப்பகுதியில், குழந்தைகளுக்கான விளையாட்டுப் பகுதியும், அதனைச் சுற்றி வட்ட வடிவ நடைப் பயிற்சிப் பாதையும் அமைந்துள்ளது. அந்தப் பூங்காவின் வெளிவட்ட ஆரம் 10 மீ மற்றும் உள் வட்ட ஆரம் 3 மீ எனில், நடைப்பயிற்சிப் பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு

வெளி வட்டத்தின் ஆரம் $R = 10$ மீ

உள் வட்டத்தின் ஆரம் $r = 3$ மீ

வட்ட நடைபாதையின் பரப்பளவு = வெளிவட்டப் பரப்பளவு − உள்வட்டப் பரப்பளவு

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= \pi\left(R^2 - r^2\right) \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7} \times (10^2 - 3^2)$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(10 \times 10 - 3 \times 3\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times (100 - 9)$$

$$= \frac{22}{7} \times 91$$

$$= 286 \text{ மீ}^2$$

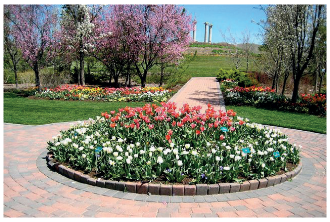
இவற்றை முயல்க

(i) ஒரு வட்டப்பாதையின் வெளி மற்றும் உள் ஆரங்கள் 9 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ எனில், அதன் அகலம் காண்க.

(ii) ஒரு வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு 352 ச.செ.மீ மற்றும் அதன் வெளி ஆரம் 16 செ.மீ எனில், அதன் உள் ஆரம் காண்க.

(iii) உட்புறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 15 ச.செ.மீ மற்றும் வெளிப்புறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 48 ச.செ.மீ எனில் செவ்வக நடைபாதையின் பரப்பளவு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.16 ஒரு வட்ட வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் ஆரம் 21 மீ. அந்தத் தோட்டத்தைச் சுற்றி, 14 மீ அகலம் உள்ள வட்ட நடைபாதை உள்ளது எனில், அந்த வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு காண்க.



படம் 2.24

தீர்வு

உள்வட்டத்தின் ஆரம் $r = 21$ மீ

உள்வட்டத்தைச் சுற்றி நடைபாதை உள்ளது.

எனவே, வெளிவட்டத்தின் ஆரம் $R = r + w$

$$R = 21 + 14 = 35 \text{ மீ}$$

வட்ட நடைபாதையின் பரப்பளவு $= \pi\left(R^2 - r^2\right)$ ச.அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times (35^2 - 21^2)$$

$$= \frac{22}{7} \times \left((35 \times 35) - (21 \times 21)\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times (1225 - 441)$$

$$= \frac{22}{7} \times 784$$

$$= 22 \times 112 = 2644 \text{ மீ}^2$$

எடுத்துக்காட்டு 2.17 வட்ட வடிவ மட்டைப் பந்துத் (cricket) திடலின் ஆரம் 76 மீ. அந்தத் திடலைச் சுற்றிலும் 2 மீ அகலத்தில் மழைநீர் வடிவதற்கான வடிகால் (drainage) அமைக்க வேண்டியிருந்தது. ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹180 வீதம் செலவானால், அந்த வடிகால் அமைக்கத் தேவையான மொத்தத் தொகையைக் காண்க.

தீர்வு

(திடலின்) உள்வட்ட ஆரம் $r = 76$ மீ

விளையாட்டுத் திடலைச் சுற்றி மழைநீர் வடிகால் அமைக்கப்படுகிறது.

எனவே, வெளிவட்ட ஆரம் R = 76+2 = 78 மீ

வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு $= \pi\left(R^2 - r^2\right)$ ச.அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times (78^2 - 76^2)$$

$$= \frac{22}{7} \times (6084 - 5776)$$

$$= \frac{22}{7} \times 308$$

$$= 22 \times 44 = 968 \text{ மீ}^2$$

வடிகால் அமைக்க, ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹180.

ஆகவே, மொத்தச் செலவு $= 968 \times 180 =$ ₹1,74,240.

எடுத்துக்காட்டு 2.18 ஒரு தளம் 10 மீ நீளமும், 8 மீ அகலமும் உள்ளது. அதன் மீது 7 மீ நீளமும், 5 மீ அகலமும் உள்ள விரிப்பு விரிக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த விரிப்பால் மூடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு $L = 10$ மீ $B = 8$ மீ

தளத்தின் பரப்பளவு $= L \times B$ ச.அலகுகள்

$$= 10 \times 8$$

$$= 80 \text{ மீ}^2$$

விரிப்பின் பரப்பளவு $= l \times b$ ச.அலகுகள்

7th_Maths_T2_TM_Chp2.indd 39 05-07-2019 18:08:17

$$= 7 \times 5$$

$$= 35$$ மீ²

ஆகவே, விரிப்பால் மூடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு $= 80 - 35$

$= 45$ மீ²

எடுத்துக்காட்டு 2.19 23 செ.மீ நீளமும், 11 செ.மீ அகலமும் உள்ள ஓர் அட்டையில், அனைத்துப் பக்கங்களிலும் 3 செ.மீ விளிம்பு (margin) இருக்கும் வகையில் ஓர் ஓவியம் வரையப்பட்டுள்ளது. அந்த விளிம்புப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு $L = 23$ செ.மீ $B = 11$ செ.மீ

அட்டையின் பரப்பளவு $= L \times B$

$= 23 \times 11$

$= 253$ செ.மீ²

$l = L - 2w = 23 - 2(3) = 23 - 6 = 17$ செ.மீ

$b = B - 2w = 11 - 2(3) = 11 - 6 = 5$ செ.மீ

ஓவியத்தின் பரப்பளவு $17 \times 5 = 85$ செ.மீ²

விளிம்புப் பகுதியின் பரப்பளவு $= 253 - 85$

$= 168$ செ.மீ²

எடுத்துக்காட்டு 2.20 9 மீ நீளமும், 7 மீ அகலமும் உள்ள ஓர் அறைக்கு வெளியே, 3 மீ சீரான அகலமுள்ள ஒரு தாழ்வாரம் (verandah) உள்ளது. (அ) தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு காண்க. (ஆ) அந்தத் தாழ்வாரப் பகுதிக்கு ச.மீ–க்கு ₹15 வீதம் சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $l = 9$ செ.மீ, $b = 7$ செ.மீ

அறையின் பரப்பளவு $= l \times b$

$= 9 \times 7$

$= 63$ மீ²

$L = l + 2w = 8 + 2(3) = 8 + 6 = 14$ செ.மீ

$B = b + 2w = 5 + 2(3) = 5 + 6 = 118$ செ.மீ

தாழ்வாரம் உட்பட அறையின் பரப்பளவு $= L \times B$

$= 14 \times 11$

$= 154$ மீ²

(அ) தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு=தாழ்வாரம் உட்பட அறையின் பரப்பளவு – அறையின் பரப்பளவு

$= 154 - 63$

$= 91$ மீ²

(ஆ) 1 ச.மீ–க்கு சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவு = ₹15

தாழ்வாரத்துக்கு சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவு $= 91 \times 15 =$ ₹1365.

எடுத்துக்காட்டு 2.21 30 மீ $\times$ 19 மீ பரிமாணங்களுடைய ஒரு கோ–கோ விளையாட்டுத் திடல், அதன் அனைத்துப் பக்கங்களிலும் லாபியியுடன் (lobby) அமைந்துள்ளது. விளையாடும் பகுதிக்கான பரிமாணங்கள் 27 மீ $\times$ 16 மீ எனில், லாபியின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட பரிமாணங்களில் இருந்து

$L = 30$ மீ; $B = 19$ மீ; $l = 27$ மீ; $b = 16$ மீ

கோ–கோ திடலின் பரப்பளவு $= L \times B$

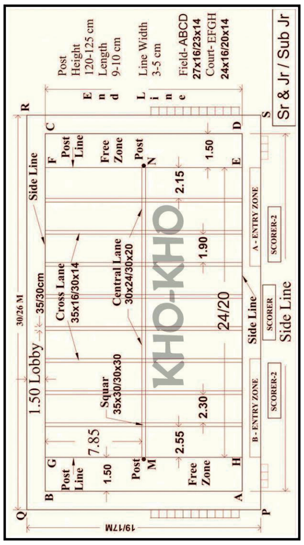
$= 30 \times 19$

$= 570$ மீ^{2}

விளையாடுவதற்கான பகுதியின் பரப்பளவு $= l \times b$

$= 27 \times 16$

$= 432$ மீ^{2}



படம் 2.25

லாபியின் பரப்பளவு = கோ–கோ திடலின் பரப்பளவு – விளையாடுவதற்கான பரப்பளவு

$= 570 - 432$

$= 148$ மீ^{2}

பயிற்சி 2.3

1. வெளிப்புற ஆரம் 32 செ.மீ–யும் உட்புற ஆரம் 18 செ.மீ–யும் உடைய வட்டப் பாதையின் பரப்பளவைக் காண்க.

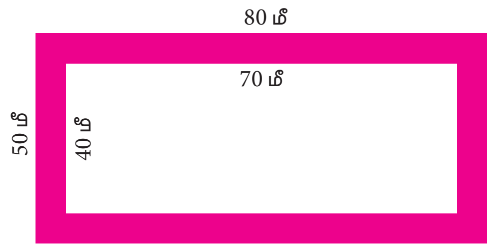
2. ஒரு புல்வெளி, 28 மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவில் உள்ளது. அந்தப் புல்வெளியைச் சுற்றி, 7 மீ அகலமுள்ள பாதை உள்ளது எனில், அந்தப் பாதையின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. 120 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்ட வடிவ அறையில், 106 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவக் கம்பளம் (*carpet*) விரிக்கப்படுகிறது. அந்த அறையில், கம்பளத்தால் மூடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. ஒரு பள்ளியின் விளையாட்டுத் திடல் 103 மீ ஆரமுள்ள வட்ட வடிவில் உள்ளது. அத்திடலுக்குள் ஒவ்வொன்றும் 3 மீ அகலமுள்ள நான்கு ஓடுதளங்கள் (track) அமைக்கப்படுகின்றன. ஒரு ச.மீ–க்கு ₹50 வீதம், அந்த ஓடுதளப் பாதைகளை வடிவமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.



5. அருகிலுள்ள படம், ஒரு நடை பாதையின் வான்வழிக் காட்சி எனில், அந்தப் பாதையின் பரப்பளவு காண்க.



6. ஒரு செவ்வக வடிவத் தோட்டத்தின் பரிமாணங்கள் 11 மீ $\times$ 8 மீ என்க. அதன் பக்கங்களை அடுத்து 2 மீ அகலமுள்ள பாதை அமைக்கப்படுகிறது. அந்தப் பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

7. ஒரு திருமண மண்டபத்தின் மேற்கூரையில் 18 மீ நீளமும், 7 மீ அகலமும் உள்ள ஓர் ஓவியம் தீட்டப்பட்டு உள்ளது. அதன் எல்லாப் பக்கங்களிலும் 10 செ.மீ எல்லை இருந்தால், அந்த எல்லையின் பரப்பளவைக் காண்க.

8. 24 மீ நீளமும், 15 மீ அகலமும் உள்ள ஒரு வயல்வெளிக்கு உட்புறம் 1 மீ அகலமுள்ள வாய்க்கால் வெட்டப்படுகிறது எனில், (i) அந்த வாய்க்காலின் பரப்பளவு காண்க. (ii) ஒரு ச.மீ–க்கு ₹12 வீதம் வாய்க்கால் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. வட்ட நடைபாதையின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம்

   (i) $\pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள் (ii) πr^2 ச. அலகுகள்

   (iii) $2\pi r^2$ ச. அலகுகள் (iv) $\pi r^2 + 2r$ ச. அலகுகள்

10. செவ்வக நடைபாதையின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம்

    (i) $\pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள் (ii) $(L \times B) - (l \times b)$ ச. அலகுகள்

    (iii) LB ச. அலகுகள் (iv) lb ச. அலகுகள்

11. வட்டப்பாதையின் அகலம் காணும் சூத்திரம்

    (i) $(L - l)$ அலகுகள் (ii) $(B - b)$ அலகுகள் (iii) $(R - r)$ அலகுகள் (iv) $(r - R)$ அலகுகள்

பயிற்சி 2.4

பல்வகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு மகிழுந்தின் (car) சக்கரம் 20 சுற்றுகளில் 3520 செ.மீ தொலைவைக் கடக்கிறது எனில், அதன் ஆரம் காண்க

2. ஒரு வட்டவடிவக் குதிரைப் பந்தயக் களத்தினைச் சுற்றி வேலி அமைக்க, ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 8 வீதம் மொத்தம் ₹ 2112 செலவாகிறது. அந்தக் குதிரைப் பந்தயக் களத்தின் (race course) விட்டம் காண்க.

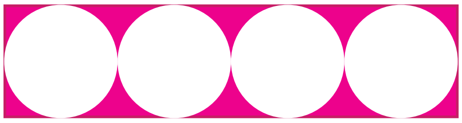
3. நீளம் 120 மீ மற்றும் அகலம் 90 மீ உள்ள ஒரு செவ்வக வடிவத் தோட்டத்தைச் சுற்றி 2 மீ நீளமும், 1 மீ அகலமும் உள்ள பாதை அமைக்கப்படுகிறது. அந்தப் பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

4. ஒரு வட்ட வடிவப் புல்வெளியைச் சுற்றி அலங்கரிக்க, ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 55 வீதம் ₹ 16940 செலவாகிறது எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

5. அருகிலுள்ள படத்தில் உள்ளபடி, ஒரு செவ்வகத்திற்குள் நான்கு வட்டங்கள் அடுத்தடுத்து உள்ளன. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 3 செ.மீ எனில், பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுக.

(i) செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (ii) ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு

(iii) செவ்வகத்திற்குள் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு



மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஒரு வட்டப் புல்வெளியைச் சுற்றி, ஒரு வட்டப்பாதை அமைக்கப்படவுள்ளது. அந்தப் பாதையின் வெளிப்புற, உட்புறச் சுற்றளவுகள் முறையே 88 செ.மீ, 44 செ.மீ எனில், அந்த நடைப்பாதையின் அகலத்தையும் பரப்பளவையும் காண்க.

7. 76 மீ நீளமும், 60 மீ அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக வடிவப் புல்வெளியின் மையத்தில், ஒரு மாடு 35 மீ நீளமுள்ள கயிற்றால் கட்டப்பட்டுள்ளது. அந்த மாடு மேயமுடியாத நிலப்பரப்பளவை அளவிடுக.

8. ஒரு செவ்வக வயல்வெளியின் உட்புறமாக, 5 மீ அகலமான நடைபாதை உள்ளது. வயல்வெளியின் நீளம், அதன் அகலத்தைப்போல் மூன்று மடங்காகும். நடைபாதையின் பரப்பளவு 500 மீ^{2} எனில், வயல்வெளியின் நீள, அகலங்களைக் காண்க.

9. ஒரு வட்ட வடிவத் திடலைச் சுற்றி, வட்டப்பாதை அமைக்கப்படுகிறது. அதன் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற வட்டங்களின் பரப்பளவு முறையே 1386 மீ^{2}, 616 மீ^{2} எனில், அந்த வட்டப்பாதையின் அகலத்தையும் பரப்பளவையும் காண்க.

10. 52 மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்ட வடிவமுள்ள புல்வெளியின் மையத்திலிருந்து 45 மீ நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றால் ஆடு கட்டப்பட்டுள்ளது. அந்த ஆட்டால் மேயமுடியாத புல்வெளியின் பரப்பளவு காண்க.

11. 30 செ.மீ × 20 செ.மீ பரிமாணமுள்ள ஒரு செவ்வக அட்டையின் பக்க விளிம்பிலிருந்து 4 செ.மீ அகலம் உள்ள பகுதி வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது எனில், அந்த வெட்டப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு காண்க. மேலும், அட்டையின் மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.

12. ஒரு செவ்வக நிலத்தின் பரிமாணங்கள் 20 மீ × 15மீ. அதன் மையம் வழியாகவும், இரு பக்கங்களுக்கு இணையாகவும் இருக்குமாறு இரண்டு பாதைகள் உள்ளன. நீளமாக உள்ள பாதையின் அகலம் 2 மீ மற்றும் குறைந்த நீளமுள்ள பாதையின் அகலம் 1 மீ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க. (i) பாதைகளின் பரப்பளவு (ii) நிலத்தின் மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு (iii) ஒரு ச.மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் பாதையில் சாலை அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு.

C2Z2Y3

பாடச்சுருக்கம்

- வட்டம் என்பது ஒரு நிலையான புள்ளி(மையம்)யிலிருந்து, சம தொலைவில் (ஆரம்) அமைந்த புள்ளிகளை எல்லையாகக் கொண்ட வடிவமாகும்.
- ஒரு வட்டப் பகுதியைச் சுற்றி அதன் விளிம்பின் தொலைவு, அவ்வட்டத்தின் சுற்றளவு (circumference) எனப்படும்.
- வட்டத்தின் சுற்றளவு, $C = \pi d$ அலகுகள், இங்கு 'd' என்பது வட்டத்தின் விட்டம் மற்றும் $\pi = \frac{22}{7}$ (அல்லது) 3.14 (தோராயமாக) ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்திற்குள் அடைபடும் பகுதி, அந்த வட்டத்தின் பரப்பளவு ஆகும்.
- வட்டத்தின் பரப்பளவு $(A) = \pi r^2$ ச. அலகுகள். இங்கு r என்பது வட்டத்தின் ஆரமாகும்.
- வட்ட நடைபாதையின் பரப்பளவு=வெளி வட்டத்தின் பரப்பளவு −உள் வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள். இங்கு, R மற்றும் r என்பன முறையே வெளி மற்றும் உள்வட்ட ஆரங்களாகும்.
- செவ்வக நடைபாதையின் பரப்பளவு =வெளிப்புறச் செவ்வகப் பரப்பளவு −உட்புறச் செவ்வகப் பரப்பளவு $= (LB - lb)$ ச.அலகுகள், இங்கு, L, B மற்றும் l, b ஆகியன முறையே வெளிப்புற, உட்புறச் செவ்வகங்களின் நீளமும் அகலமுமாகும்.

இணையச் செயல்பாடு

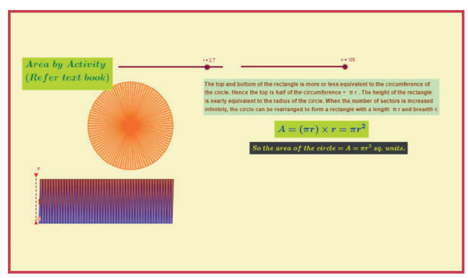
படி-1: கீழ்க்காணும் உரலி/விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஜியோ ஜீப்ரா இணையப் பக்கத்தில் 'அளவைகள்' என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். இரண்டு செயல்பாடுகள் உள்ளன. அவை "செயல்பாட்டின் மூலம் பரப்பளவு" மற்றும் "வட்டப்பாதை கணக்குகள்".

படி-2 : முதல் செயல்பாட்டில் n (பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை) என்ற நழுவலையும், r (ஆரத்தை அதிகரிக்க) என்ற நழுவலையும் நகர்த்துக. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்பொழுது அது கிட்டத்தட்ட செவ்வகமாக ஆகிறது.

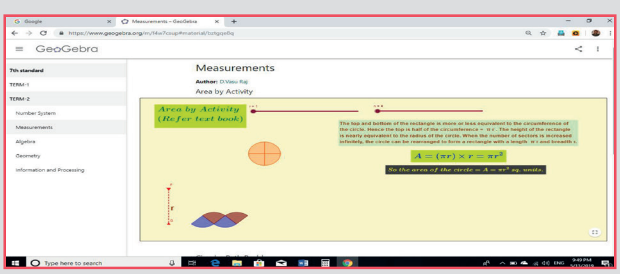
நீளம்= பரிதியில் பாதி மற்றும் அகலம்= ஆரம்.

எனவே, பரப்பளவு= நீளம் $\times$ அகலம் $= \pi r^2$. மேலும் இரண்டாவது செயல்பாட்டையும் முயற்சிக்க.

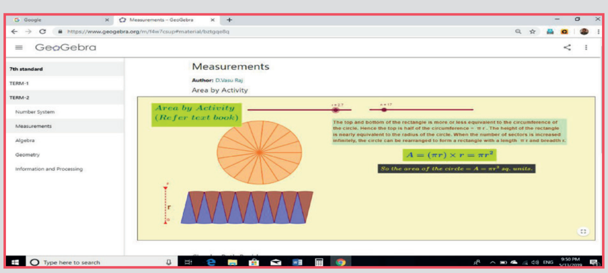
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

அளவைகள் : https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/bztgqe8q

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

B347_7_MATHS_TM

இயல்

3

இயற்கணிதம்

C7F3S3

கற்றல் நோக்கங்கள்

- அடுக்குக் குறி வடிவில் எண்களை விவரித்தல்.
- அடுக்குக் குறி விதிகளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- அடுக்கு வடிவ எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கண்டுபிடித்தல்.
- இயற்கணிதக் கோவையின் படி குறித்து அறிதல்.

3.1 அறிமுகம்

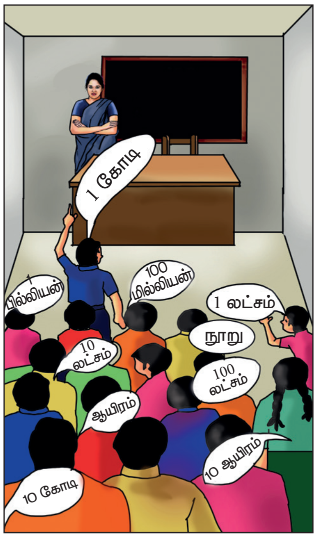
ஒவ்வொரு மாணவனிடமும் அவனுக்குத் தெரிந்த மிகப்பெரிய எண்ணைக் கூறுமாறு ஆசிரியர் கூறினார். அவர்களும் 'ஆயிரம்', 'இலட்சம்', 'மில்லியன்', 'கோடி' என்று அவரவர்களுக்குத் தெரிந்த பெரிய எண்களைக் கூறினர்.

இறுதியாக, 'ஆயிரம் இலட்சம் கோடி' என்ற எண்ணுடன் குமரன் வெற்றி பெற்றதாக அறிவித்தார். அனைவரும் கைதட்டினர்.

ஆசிரியரும் குமரனைப் பாராட்ட அவன் மிகவும் மகிழ்ச்சியடைந்தான்.

ஆனால், அந்த மகிழ்ச்சி அதிகநேரம் நீடிக்கவில்லை; ஏனெனில், அவனது பெரிய எண்ணைக் கரும்பலகையில் எழுதுமாறு ஆசிரியர் கூறினார். மிக முயற்சி செய்து, பூச்சியங்களைப் பலமுறை எண்ணிப் பார்த்து, 1000000000000000 என்று எழுதினான். இது சரிதானா?

இப்போது, அந்த எண்ணின் வலப்பக்கத்தில் மேலும் 5 பூச்சியங்களை எழுதி, யாரேனும் அதனை வாசிக்குமாறு சவால் விடுத்தார். நிச்சயமாக, வகுப்பறைக்குள் ஆழ்ந்த அமைதியே நிலவியது.



படம் 3.1

மிக மிகப் பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்துவது அத்தனை சுலபமில்லை; இல்லையா? ஆனால், உண்மையில் பெரிய எண்களை நாம் பயன்படுத்திக்கொண்டுதான் இருக்கிறோம். பின்வரும் உதாரணங்களிலிருந்து, அன்றாட வாழ்வில் பெரிய எண்களின் பயன்பாட்டை அறியலாம்.

- பூமிக்கும், சூரியனுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு 149600000000 மீ.
- பூமியின் நிறை 5970000000000000000000000 கி.கி.
- ஒளியின் வேகம் 299792000 மீ/வினாடி.
- சூரியக்கோளத்தின் தோராய ஆரம் 695000 கி.மீ.
- நிலவுக்கும் பூமிக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு 384467000 மீ.

இந்த எண்களைப் பயன்படுத்த எளிய வழிகள் உள்ளன. அவற்றைப் புரிந்துகொள்ள, முதலில் அடுக்குகள் குறித்து அறிதல் வேண்டும்.

3.2 அடுக்குகள் (Exponents and Powers)



பெரிய எண்களைப் பின்வரும் முறையில் சுருங்கிய வடிவில் எழுதலாம். எண் 16ஐக் கருதுக.

எடுத்துக்காட்டுக, $16 = 8 \times 2 = 4 \times 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

2 என்னும் காரணியை மீண்டும் மீண்டும் 4 முறை எழுவதற்குப் பதிலாக, 2^4 என்று எளிமையாகக் குறிப்பிடலாம். (2^4 ஐ 'இரண்டின் அடுக்கு நான்கு' என்று படிக்கவேண்டும்).

எண்களை இவ்வாறு குறிப்பிடும் முறையை அதன் 'அடுக்கு வடிவம்' (exponential form) என்பர். இங்கு, 2 என்பது 'அடிமானம்' (base) எனவும், 4 என்பது 'அடுக்கு' (power) எனவும் அழைக்கப்படும்.

குறிப்பு

அடுக்குகளை வழக்கமாக அடிமானத்தின் வலது உச்சி மூலையில், அடிமானத்துடன் ஒப்பிடும்போது அளவில் சிறியதாக இருக்குமாறு எழுத வேண்டும்.

மேலும், சில உதாரணங்களைப் பார்க்கலாம்.

$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$ (அடிமானம் 4; அடுக்கு 3)

மேலும், $64 = 8 \times 8 = 8^2$ (அடிமானம் 8; அடுக்கு 2)

$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ (அடிமானம் 3; அடுக்கு 5)

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ (அடிமானம் 5; அடுக்கு 3)

ஓர் எண்ணை அதன் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதும்போது, சில காரணிகள் மீண்டும் மீண்டும் வந்தால், அந்த எண்ணை அடுக்கு வடிவில் எழுத முடியும் என்பதை நினைவில் கொள்க. மீண்டும் மீண்டும் வரும் காரணியானது அடிமானம் ஆகும். அது எத்தனை முறை வருகிறது என்ற எண்ணிக்கையானது அதன் அடுக்கு ஆகும்.

மேலும், அடிமானம் குறை முழுக்களாக இருக்கும்பொழுதும், இவ்வகை அடுக்குக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தலாம். உதாரணத்திற்கு,

$-125 = (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^3$ [அடிமானம் '-5'; அடுக்கு '3']

எனவே, -125 இன் அடுக்கு வடிவம் $(-5)^3$ ஆகும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் இயற்கணிதம்

ஒரு கணிப்பானில் (calculator) இரு பெரிய எண்களைப் பெருக்கும்போது 1.219326E17 எனக் காட்டினால், அதன் பொருள் 1.219326×10^{17} ஆகும். இங்கு, 'E' என்பது 10 ஐ அடிமானமாகக் கொண்ட அடுக்கு ஆகும்.



3.2.1 எண்களின் அடுக்கு வடிவம் (Numbers in Exponential Form)

தற்பொழுது, அடுக்கு வடிவில் எண்களை விவரித்து எழுதுவது குறித்துக் காண்போம்.

'a' என்னும் ஏதேனும் ஒரு முழுவைக் கருதுக.

பின்னர், $a = a^1$ ['a' இன் அடுக்கு 1]

$a \times a = a^2$ ['a' இன் அடுக்கு 2; a ஐ அதே எண்ணுடன் 2 முறை பெருக்கக் கிடைப்பது]

$a \times a \times a = a^3$ ['a' இன் அடுக்கு 3; a ஐ அதே எண்ணுடன் 3 முறை பெருக்கக் கிடைப்பது]

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

$a \times a \times \ldots \times a$ (n தடவைகள்) a^n ['a' இன் அடுக்கு n; a ஐ அதே எண்ணுடன் n முறை பெருக்கக் கிடைப்பது]

ஆகவே, அடுக்குக் குறியீடுகளின் பொது வடிவம் a^n ஆகும். இங்கு அடுக்கு ஏதேனும் ஒரு முழுக்கள் ஆகும். $(n > 0)$.

பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனிக்க.

$$100 = 10 \times 10 = 10^2$$

இதனை ஒரே அடுக்குடன் இரு வேறுவிதமான அடிமானங்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடியும். $100 = 25 \times 4 = (5 \times 5) \times (2 \times 2) = 5^2 \times 2^2$

5 மற்றும் 2 அடிமானமாகவும், 2 அடுக்காகவும் உள்ளதைக் கவனிக்கவும்.

இதேபோல், $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

சிந்திக்க



விடையை விவாதிக்க.

படம் 3.2

$35 = 7^1 \times 5^1$,என்பதைக் கருதுக. இங்கு காரணிகள் மீண்டும் மீண்டும் வரவில்லை. வழக்கமாக $7^1 \times 5^1$ என்பது 7×5 எனக் குறிக்கப்படுகிறது. எனவே, அடுக்கு 1 ஆக இருக்கும்பொழுது அதனை வெளிப்படையாகக் குறிப்பிடுவதில்லை.

குறிப்பு

1. அடுக்குகள் 2 மற்றும் 3 இக்கு முறையே 'வர்க்கம்', 'கனம்' என்ற சிறப்புப் பெயர்கள் உண்டு. உதாரணமாக, 4^2 ஆனது 4 இன் வர்க்கம்' என்றும் 4^3 ஆனது '4இன் கனம்' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
2. அடுக்குகளை ஆங்கிலத்தில் இண்டிசஸ் (INDICES) என்றும் குறிப்பிடுவர். இந்த வார்த்தையை நினைவு இருக்கிறதா? ஆறாம் வகுப்பில், எண் கோவையைச் சுருக்க உதவும் BIDMAS விதியில் I என்னும் எழுத்தைக் குறிப்பதாகும்.

   உதாரணமாக,

$$\begin{aligned} 6^3 + 4 \times 3 - 5 &= (6 \times 6 \times 6) + 4 \times 3 - 5 \quad \text{[BIDMAS]} \\ &= 216 + (4 \times 3) - 5 \quad \text{[BIDMAS]} \\ &= 216 + 12 - 5 \quad \text{[BIDMAS]} \\ &= 228 - 5 \quad \text{[BIDMAS]} \\ &= 223 \end{aligned}$$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க, முதல் வரிசையை மாதிரியாகக் கொண்டு நிறைவு செய்க.

எண்	விரிவாக்க வடிவம்	அடுக்கு வடிவம்	அடிமானம்	அடுக்கு
216	$6 \times 6 \times 6$	6^3	6	3
144		12^2		
	$(-5) \times (-5)$		-5	
		m^5		
343			7	3
15625	$25 \times 25 \times 25$			

எடுத்துக்காட்டு 3.1 729 ஐ அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

தீர்வு

3 ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பது

$$729 = 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^6$$

மேலும், $729 = 9\times9\times9 = 9^3$

எடுத்துக்காட்டு 3.2 பின்வரும் எண்களை, கொடுக்கப்பட்ட அடிமானத்தைப் பொறுத்து அடுக்கு வடிவில் எழுதுக:

(i) 1000, அடிமானம் 10 (ii) 512, அடிமானம் 2 (iii) 243, அடிமானம் 3.

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

3	243
3	81
3	27
3	9
	3

தீர்வு

(i) $1000 = 10\times10\times10 = 10^3$

(ii) $512 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^9$

(iii) $243 = 3\times3\times3\times3\times3 = 3^5$

எடுத்துக்காட்டு 3.3 மதிப்பைக் காண்க. (i) 13^2 (ii) $(-7)^2$ (iii) $(-4)^3$

தீர்வு

(i) $13^2 = 13\times13 = 169$

(ii) $(-7)^2 = (-7)\times(-7) = 49$

(iii) $(-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4)$
$= 16\times(-4) = -64$

குறிப்பு

$(-1)^n = -1$, n ஓர் ஒற்றைப் படை எண்.

$(-1)^n = 1$, n ஓர் இரட்டைப் படை எண்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4 $2^3 + 3^2$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$$2^3 + 3^2 = (2\times2\times2) + (3\times3)$$
$$= 8 + 9 = 17$$

எடுத்துக்காட்டு 3.5 3^4 அல்லது 4^3 இவற்றில் எது பெரிய எண்?

தீர்வு

$$3^4 = 3\times3\times3\times3 = 81$$
$$4^3 = 4\times4\times4 = 64$$

$81 > 64$ என்பதால் $3^4 > 4^3$ ஆகும்.

எனவே, 3^4 என்பதே பெரிய எண்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

பண்டைய தமிழர்கள் தம் அன்றாட வாழ்வில் மிகப்பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளனர். 10 ஆம் நூற்றாண்டில் தமிழகத்தில் வாழ்ந்த காரிநாயனார் என்பவர் இயற்றிய 'கணக்கதிகாரம்' என்னும் நூலிலிருந்து, தமிழர்கள் மிகப்பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தி உள்ளதை அறியலாம். மேலும், ஒவ்வொரு பெரிய எண்ணுக்கும் தனித்தனிச் சிறப்புப் பெயர்கள் சூட்டியுள்ளனர்.உதாரணமாக, பத்துக் கோடியை 'அற்புதம்' எனவும் 10^{14} ஐ 'பத்மம்' எனவும் 10^{29} ஐ 'அனந்தம்' என்றும் 10^{35} ஐ 'அவ்வியத்தம்' என்றும் பெயரிட்டுப் பயன்படுத்தியதனை அறிகிறோம்.

'பிங்கலந்தை நிகண்டு வாய்ப்பாடு' என்னும் பழந்தமிழ் நூலிலும் இத்தகைய பெரிய எண்களின் பெயர்களும் அதன் பயனும் காணப்படுகிறது. இது ஒரு பெருக்கல் வாய்ப்பாட்டு நூலாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.6 a^3b^2 மற்றும் a^2b^3 ஐ விரித்து எழுதுக. இவை இரண்டும் சமமாகுமா?

தீர்வு

$$a^3b^2 = (a\times a\times a)\times(b\times b)$$

$$a^2b^3 = (a\times a)\times(b\times b\times b)$$

எனவே, $a^3b^2 \neq a^2b^3$

சிந்திக்க

$a^b = b^a$ எனுமாறு அமைந்த இரு மிகை முழுக்கள் 'a' மற்றும் 'b' ஐக் காண இயலுமா? இங்கு $a \neq b$.

3.3 அடுக்கு விதிகள்

ஒரே அடிமானம் உள்ள அடுக்கு எண்களைப் பெருக்கவும் வகுக்கவும் உதவும் சில விதிகளைக் காண்போம்.

3.3.1. அடுக்கு வடிவ எண்களின் பெருக்கல்

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை அடுக்கு வடிவில் எழுதுக

1. $2^3 \times 2^5$
2. $p^2 \times p^4$
3. $x^6 \times x^4$
4. $3^1 \times 3^5 \times 3^4$
5. $(-1)^2 \times (-1)^3 \times (-1)^5$

$2^3 \times 2^2$ இன் மதிப்பைக் கணக்கிடுவோம்.

$$\begin{aligned}2^3\times 2^2 &= (2\times 2\times 2)\times(2\times 2)\\ &= 2\times 2\times 2\times 2\times 2\\ &= 2^5\\ &= 2^{3+2}\end{aligned}$$

இங்கு 2^3 மற்றும் 2^2 இன் அடிமானம் 2 ஆகவும், அதன் அடுக்குகளின் கூடுதல் 5 ஆகவும் இருப்பதைக் காணலாம். குறை முழுக்களை அடிமானமாகக் கொண்டவற்றைக் கருதுவோம்.

இப்போது
$$\begin{aligned}(-3)^3\times(-3)^2 &= [(-3)\times(-3)\times(-3)]\times[(-3)\times(-3)]\\ &= (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\\ &= (-3)^5\\ &= (-3)^{3+2}\end{aligned}$$

இங்கு $(-3)^3$ மற்றும் $(-3)^2$ இன் அடிமானம் (-3) ஆகவும், அதன் அடுக்குகளின் கூடுதல் 5 ஆகவும் இருப்பதைக் காணலாம். இதேபோல, $p^4 \times p^2 = (p\times p\times p\times p)\times(p\times p) = p^6 = p^{4+2}$ எனக் காணலாம்.

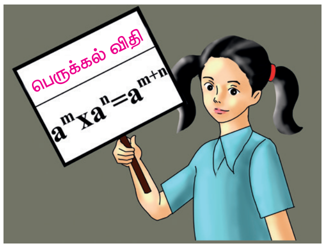
இப்போது, a^m மற்றும் a^n என்னும் இரு அடுக்கு எண்களைக் கருதுக. இங்கு 'a' என்பது ஒரு பூச்சியமற்ற முழுக்கள் மற்றும் 'm' மற்றும் 'n' என்பன முழு எண்கள் ஆகும். அதாவது,

$a^m = a\times a\times a\times\ldots\times a$ (m முறைகள்) மற்றும் $a^n = a\times a\times a\times\ldots\times a$ (n முறைகள்)

எனவே, $a^m \times a^n = a\times a\times a\times\ldots\times a$ (m முறைகள்) $\times a\times a\times a\times\ldots\times a$ (n முறைகள்)

$= a\times a\times a\times\ldots\times a$ ($m+n$ முறைகள்) $= a^{m+n}$

ஆகவே, $a^m \times a^n = a^{m+n}$



படம் 3.3

இதனை அடுக்குகளின் பெருக்கல் விதி (product rule of exponents) என்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7 அடுக்குகளின் பெருக்கல் விதியைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $5^7 \times 5^3$ (ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4$ (iii) $25 \times 32 \times 625 \times 64$

தீர்வு

(i) $5^7 \times 5^3 = 5^{7+3}$ [ஏனெனில், $a^m \times a^n = a^{m+n}$]

$= 5^{10}$

(ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^{3+2} \times 3^4 = 3^5 \times 3^4$

$= 3^{5+4} = 3^9$

(iii) $25 \times 32 \times 625 \times 64 = (5 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$\times (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= 5^2 \times 2^5 \times 5^4 \times 2^6$

$= (5^2 \times 5^4) \times (2^5 \times 2^6)$ [ஒரே அடிமானத்தைக் கொண்ட அடுக்கு

$= 5^{2+4} \times 2^{5+6} = 5^6 \times 2^{11}$ எண்களைக் குழுக்களாகச் சேர்த்தல்]

5	625
5	125
5	25
	5

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

3.3.2 அடுக்கு வடிவ எண்களின் வகுத்தல் (Division of Numbers in Exponential form)

$2^5 \div 2^2$ இன் மதிப்பைக் காண்போம்.

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^3$$

$$= 2^{5-2}$$

இங்கு 2^5 மற்றும் 2^2 இன் அடிமானம் 2 ஆகவும், அதன் அடுக்குகளின் வித்தியாசம் 3 ஆகவும் உள்ளதைக் காணலாம்.

தற்பொழுது, குறை முழுக்களை அடிமானங்களாகக் கொண்டவற்றை கருதுவோம்.

மேலும், $(-5)^3 \div (-5)^2$

$$\frac{(-5)^3}{(-5)^2} = \frac{(-5) \times (-5) \times (-5)}{(-5) \times (-5)}$$

$$= (-5)^1 = (-5)^{3-2}$$

குறிப்பு

$a^2 \times a^0$ இன் மதிப்பைக் காண இயலுமா? பெருக்கல் விதிப்படி?

$$a^2 \times a^0 = a^{2+0}$$

$$a^2 \times a^0 = a^2$$

$$a^0 = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

[a^2 ஆல் இருபுறமும் வகுக்க]

எனவே, $a^0 = 1$, $a \neq 0$.

$(-5)^3$ மற்றும் $(-5)^2$ இன் அடிமானம் (-5) ஆகவும், அதன் அடுக்குகளின் வித்தியாசம் 1 ஆகவும் உள்ளதைக் காணலாம்.

ஆகவே, 'a' என்பது பூச்சியமற்ற முழுக்களாகவும், 'm' மற்றும் 'n' முழு எண்களாகவும் உள்ளவாறு a^m மற்றும் a^n ஐக் கருதுக. $(m > n)$

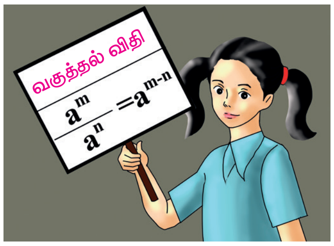
$a^m = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (m முறைகள்); $a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (n முறைகள்) என்க.

இப்போது, $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{a \times a \times a \times \ldots \times a \ (m \text{ முறைகள்})}{a \times a \times a \times \ldots \times a \ (n \text{ முறைகள்})}$

$= a \times a \times a \times \ldots \times a$ ($m-n$ முறைகள்) $= a^{m-n}$

எனவே, $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

இவ்விதி **அடுக்குகளின் வகுத்தல் விதி** ஆகும்.



படம் 3.4

எடுத்துக்காட்டு 3.8 அடுக்குகளின் வகுத்தல் விதியைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $\frac{10^8}{10^6}$ (ii) $\frac{2^8 \times 3^5 \times 5^4}{3^3 \times 5^3 \times 2^4}$ (iii) $\frac{6^4}{6^0}$

தீர்வு

(i) $\frac{10^8}{10^6} = 10^{8-6} = 10^2$

(ii) $\frac{2^8 \times 3^5 \times 5^4}{3^3 \times 5^3 \times 2^4} = \frac{2^8}{2^4} \times \frac{3^5}{3^3} \times \frac{5^4}{5^3}$ [ஒரே அடிமானத்தைக் கொண்ட அடுக்கு எண்களைத் தொகுத்தல்]

$= 2^{8-4} \times 3^{5-3} \times 5^{4-3} = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$ $\left[\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

(iii) $\frac{6^4}{6^0} = 6^{4-0} = 6^4$ (மாற்று முறை) $\frac{6^4}{6^0} = \frac{6^4}{1} = 6^4$

[ஏனெனில் $6^0 = 1$]

சிந்திக்க

2^{10} இல் பாதி எவ்வளவு? அதன் விடை 2^5 என்று ரகு கூறுகிறான். அவன் கூற்று சரிதானா? விவாதிக்க.

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

1. $23^5 \div 23^2$
2. $11^6 \div 11^3$
3. $(-5)^3 \div (-5)^2$
4. $7^3 \div 7^3$
5. $15^4 \div 15$

3.3.3 அடுக்கின் அடுக்கு விதி (Power of Exponential form)

தற்போது, $\left(2^2\right)^5$ இன் மதிப்பைக் காணலாம்

$$\left(2^2\right)^5 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$

$$= 2^{2+2+2+2+2} \text{ (பெருக்கல் விதியின்படி)}$$

$$= 2^{10} = 2^{2\times5}$$

இதேபோல், $\left(3^3\right)^4 = 3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3$

$$= 3^{3+3+3+3} = 3^{12} = 3^{3\times4}$$

$$\left(5^6\right)^2 = 5^6 \times 5^6 = 5^{6+6} = 5^{12} = 5^{6\times2}$$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் அடுக்குகளைச் சுருக்குக.

1. $\left(3^2\right)^3$
2. $\left[\left(-5\right)^3\right]^2$
3. $\left(20^6\right)^2$
4. $\left(10^3\right)^5$

எனவே, 'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூச்சியமற்ற முழுக்கள் ஆகவும் 'm' மற்றும் 'n' என்பன முழு எண்களாகவும் இருக்குபோது,

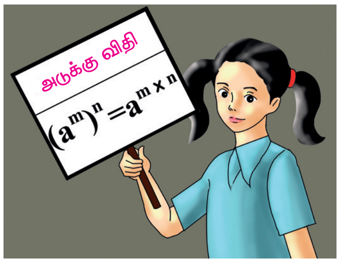
$$\left(a^m\right)^n = (a^m \times a^m \times a^m \ldots \times a^m) \text{ (} n \text{ முறைகள்)}$$

$$= a^{m+m+m\ldots+m \text{ (} n \text{ முறைகள்)}}$$

$$= a^{m\times n}$$

எனவே, $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$

இவ்விதி அடுக்குகளின் **அடுக்கு விதி** ஆகும்.



படம் 3.5

எடுத்துக்காட்டு 3.9 அடுக்கின் அடுக்கு விதிகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $\left(8^3\right)^4$ (ii) $\left(11^5\right)^2$ (iii) $\left(2^6\right)^2 \times \left(2^4\right)^7$

தீர்வு

(i) $\left(8^3\right)^4 = 8^{3\times4} = 8^{12}$ [ஏனெனில், $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$]

(ii) $\left(11^5\right)^2 = 11^{5\times2} = 11^{10}$ [ஏனெனில், $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$]

(iii) $\left(2^6\right)^2 \times \left(2^4\right)^7 = 2^{6\times2} \times 2^{4\times7}$ [ஏனெனில், $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$]

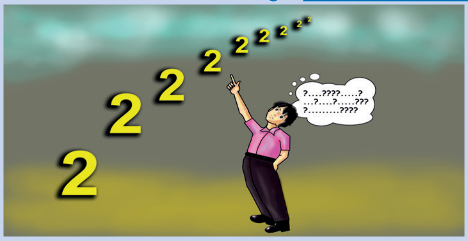
$= 2^{12} \times 2^{28}$

$= 2^{12+28} = 2^{40}$ [ஏனெனில், $a^m \times a^n = a^{m+n}$]

சிந்திக்க

2^{2^2} என்பதனை 2 இன் கோபுர அடுக்கு என்பர்.

$2^2 = 2\times2$ என்று அறிவோம். 2^{2^2} இன் மதிப்பை எப்படிக் கண்டுபிடிப்பது? விவாதிக்கவும்.



3.3.4. ஒரே அடுக்கு மற்றும் வெவ்வேறான அடிமானங்களைக் கொண்ட அடுக்கு எண்கள் (Exponent Numbers with Different Base and Same Power)

1. ஒரே அடுக்கு மற்றும் வெவ்வேறான அடிமானங்களைக் கொண்ட அடுக்கு எண்களின் பெருக்கலைப் புரிந்துகொள்வதற்கு,

பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனிக்க.

$$10^5 = 10\times10\times10\times10\times10$$
$$= (2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)$$
$$= (2\times2\times2\times2\times2)\times(5\times5\times5\times5\times5)$$

எனவே, $10^5 = 2^5 \times 5^5$

ஆனால், $10 = 2 \times 5$ என அறிவோம். எனவே, $10^5 = (2\times5)^5 = 2^5 \times 5^5$.

இதன் பொதுவடிவம் காண்போம். 'a' மற்றும் 'b' என்னும் இரு பூச்சியமற்ற முழுக்கள் மற்றும் 'm' என்பது முழு எண்ணாக இருக்கும்போது $(m>0)$,

$$a^m \times b^m = a\times a\times a\times\ldots\times a \ (m \text{ முறைகள்}) \times b\times b\times b\times\ldots\times b \ (m \text{ முறைகள்})$$
$$= (a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times\ldots\times(a\times b) \ (m \text{ முறைகள்}) = (a\times b)^m$$

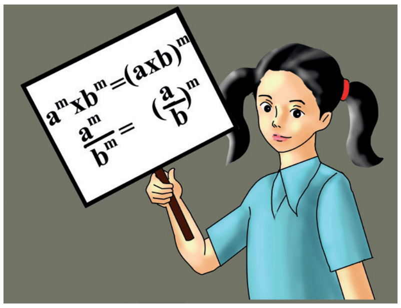
எனவே, $a^m \times b^m = (a\times b)^m$.

2. ஒரே அடுக்கு மற்றும் வெவ்வேறு அடிமானங்களைக் கொண்ட அடுக்கு எண்களின் வகுத்தலைப் புரிந்துகொள்வதற்குப் பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனிக்க.

$$10^5 = 10\times10\times10\times10\times10$$
$$= \left(\frac{20}{2}\right)\times\left(\frac{20}{2}\right)\times\left(\frac{20}{2}\right)\times\left(\frac{20}{2}\right)\times\left(\frac{20}{2}\right)$$
$$= \frac{20\times20\times20\times20\times20}{2\times2\times2\times2\times2}$$

$$10^5 = \frac{20^5}{2^5}$$. ஆனால், $10 = \left(\frac{20}{2}\right)$ என்று அறிவோம்.

எனவே, $$10^5 = \left(\frac{20}{2}\right)^5 = \frac{20^5}{2^5}.$$



படம் 3.6

ஆகவே, a, b ஆகியன பூச்சியமற்ற முழுக்கள், m ஒரு மிகை முழு எனில், $(m>0)$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)\times\left(\frac{a}{b}\right)\times\left(\frac{a}{b}\right)\times\ldots\times\left(\frac{a}{b}\right) \text{ (m முறைகள்)}$$

$$= \frac{a\times a\times a\times \ldots \times a \text{ (m முறைகள்)}}{b\times b\times b\times \ldots \times b \text{ (m முறைகள்)}} = \frac{a^m}{b^m}$$

எனவே, $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

இவற்றை முயல்க

1. $a^m \times b^m = (a\times b)^m$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.
   (i) $5^2 \times 3^2$
   (ii) $x^3 \times y^3$
   (iii) $7^4 \times 8^4$
2. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.
   (i) $5^3 \div 2^3$
   (ii) $(-2)^4 \div 3^4$
   (iii) $8^6 \div 5^6$
   (iv) $6^3 \div (-7)^3$

எடுத்துக்காட்டு 3.10 அடுக்கு விதிகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $7^6 \times 3^6$ (ii) $4^3 \times 2^3 \times 5^3$ (iii) $72^5 \div 9^5$ (iv) $6^{13} \times 48^{13} \div 12^{13}$

தீர்வு

(i) $7^6 \times 3^6 = (7\times 3)^6 = 21^6$ [ஏனெனில், $a^m \times b^m = (a\times b)^m$]

(ii) $4^3 \times 2^3 \times 5^3 = (4\times 2\times 5)^3 = 40^3$ [விதியானது 3 எண்களுக்கு நீட்டிக்கப்படுகிறது]

(iii) $72^5 \div 9^5 = (72\div 9)^5 = 8^5$ [ஏனெனில், $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$]

(iv) $6^{13} \times 48^{13} \div 12^{13} = 6^{13} \times (48^{13} \div 12^{13})$ [BIDMAS]

$= 6^{13} \times \left(\frac{48}{12}\right)^{13}$ [ஏனெனில், $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$]

J3E2P5

$= 6^{13} \times 4^{13}$

$= (6 \times 4)^{13}$ [ஏனெனில், $a^m \times b^m = (a \times b)^m$]

$= (24)^{13}$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1. 32043^2 ஐ விரிவுபடுத்தினால், அனைத்து (10) இலக்கங்களும் ஒரு முறை இடம் பெறுகிறது. அதாவது $32043^2 = 1026753849$.
2. ஒரே அடுக்கையும் அடுத்தடுத்த இயல் எண்களை அடிமானமாகவும் கொண்ட மிக அழகான சமன்பாடுகள் வருமாறு.

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

செயல்பாடு

இணையைக் கண்டுபிடி

வகுப்பை இரு குழுக்களாகப் பிரிக்கவேண்டும். இரு குழுக்களுக்கும் சில அட்டைகள் வழங்கவேண்டும். குழு 1 இல் உள்ள ஒவ்வொருவரும் குழு 2 இல் உள்ள பொருத்தமான இணையுடன் காரணத்தைக் கூறி இணைய வேண்டும்.

குழு 1	குழு 2
$3^6 \times 3^5$	100^3
$200^{30} \times 200^{14}$	$20^{15} \times 30^{15}$
$\frac{45^6}{45^2}$	3^{11}
$\frac{100^{52}}{100^{49}}$	70^{240}
$(6 \times 7)^3$	12^8
$(20 \times 30)^{15}$	45^4
$\left(12^4\right)^2$	200^{44}
$\left(70^{16}\right)^{15}$	$6^3 \times 7^3$

வகுப்பறையில் உள்ள அனைத்துக் குழந்தைகளுக்கும் அடுக்குகளின் விதிகள் தெளிவாகும்வரை இந்தச் செயல்பாட்டை விரிவுபடுத்தலாம்.

பயிற்சி 3.1

1\. 1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 14^9 என்னும் அடுக்கு எண்ணை ________________ என்று வாசிக்க வேண்டும்.

(ii) p^3q^2 இன் விரிவுபடுத்தப்பட்ட வடிவம் ________________

(iii) அடிமானம் 12, அடுக்கு 17 ஐக் கொண்டுள்ள அடுக்கு எண்ணின் வடிவம் ________________ ஆகும்.

(iv) $(14\times 21)^0$ இன் மதிப்பு ________________

2\. சரியா, தவறா என்று கூறுக.

(i) $2^3\times 3^2=6^5$

(ii) $2^9\times 3^2=(2\times 3)^{9\times 2}$

(iii) $3^4\times 3^7=3^{11}$

(iv) $2^0=(1000)^0$

(v) $2^3<3^2$

3\. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) 2^6 (ii) 11^2 (iii) 5^4 (iv) 9^3

4\. பின்வருவனவற்றை அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

(i) $6\times 6\times 6\times 6$ (ii) $t\times t$ (iii) $5\times 5\times 7\times 7\times 7$ (iv) $2\times 2\times a\times a$

5\. பின்வரும் எண்களை அடுக்குக் குறியீடுகளாக்குக.

(i)512 (ii)343 (iii)729 (iv)3125

6\. பின்வரும் இணைகளில், பெரிய எண்ணைக் காண்க.

(i) 6^3 அல்லது 3^6 (ii) 5^3 அல்லது 3^5 (iii) 2^8 அல்லது 8^2

7\. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $7^2\times 3^4$ (ii) $3^2\times 2^4$ (iii) $5^2\times 10^4$

8\. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $(-4)^2$ (ii) $(-3)\times(-2)^3$ (iii) $(-2)^3\times(-10)^3$

9\. அடுக்கு விதிகளைப் பயன்படுத்தி, எளிய அடுக்கு வடிவில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $3^5\times 3^8$ (ii) $a^4\times a^{10}$ (iii) $7^x\times 7^2$ (iv) $2^5\div 2^3$

(v) $18^8\div 18^4$ (vi) $(6^4)^3$ (vii) $(x^m)^0$ (viii) $9^5\times 3^5$

(ix) $3^y\times 12^y$ (x) $25^6\times 5^6$

10\. $a=3$ மற்றும் $b=2$ எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) a^b+b^a (ii) a^a-b^b (iii) $(a+b)^b$ (iv) $(a-b)^a$

11. பின்வருவனவற்றை அடுக்கு வடிவில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $4^5 \times 4^2 \times 4^4$ (ii) $(3^2 \times 3^3)^7$ (iii) $(5^2 \times 5^8) \div 5^5$

(iv) $2^0 \times 3^0 \times 4^0$ (v) $\dfrac{4^5 \times a^8 \times b^3}{4^3 \times a^5 \times b^2}$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

12. $a \times a \times a \times a \times a$ என்பது

(i) a^5 (ii) 5^a (iii) $5a$ (iv) $a+5$

13. 72 இன் அடுக்குக்குறியீடு

(i) 7^2 (ii) 2^7 (iii) $2^2 \times 3^3$ (iv) $2^3 \times 3^2$

14. $a^{13} = x^3 \times a^{10}$ என்னும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x இன் மதிப்பு

(i) a (ii) 13 (iii) 3 (iv) 10

15. 100^{10} இல் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(i) 2 (ii) 3 (iii) 10 (iv) 20

16. $2^{40} + 2^{40}$ என்பதன் மதிப்பு

(i) 4^{40} (ii) 2^{80} (iii) 2^{41} (iv) 4^{80}

3.4 அடுக்கு எண்களில் உள்ள ஒன்றாம் இலக்கம் (Unit Digit of Numbers in Exponential Form)

அடுக்கு எண்களின் அமைப்பை ஆராய்வது மிக வேடிக்கையானதும், மகிழ்ச்சி தரக்கூடியதும் ஆகும்.

$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$ என்று அறிவோம். எனவே, 9^3 என்னும் அடுக்கு எண்ணின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 ஆகும். இதுபோலவே, 4^4 என்பது $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$. எனவே, 4^4 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகும்.

இதுபோல 230^{116}, 181^{47}, 55^4, 56^{20}, 9^{29} ஆகிய எண்களின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கணிக்க முடியுமா?

இந்த எண்களை விரிவுபடுத்தி, அதன் ஒன்றாம் இலக்க எண்ணைக் காண்பது மிகக் கடினம். ஆனால், அடுக்கு எண்களின் அமைப்பை உற்றுநோக்குவதன் மூலம் அதன் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கணிக்கலாம்.

பின்வரும் எண் அமைப்பைக் கவனிக்கவும்.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$$

ஆகவே, எண் 10 உடன் எத்தனை முறை 10ஐப் பெருக்கினாலும் கிடைக்கும் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 0 ஆக உள்ளது. அதாவது 10 இன் அடுக்கு எதுவாக இருப்பினும் அதன் ஒன்றாம் இலக்கம் 0 ஆகவே உள்ளது. x என்பது மிகை முழுக்கள் எனும்போது, 10^x எனும் அடுக்கு எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் எப்போது 0 ஆகும்.

இந்த அமைப்பு அடிமானம் பத்தின் மடங்காக இருக்கும்போது உண்மை ஆகும். 40^2 ஐக் கருதுக.

$$40^2 = (4 \times 10)^2 = 4^2 \times 10^2$$

$$= 16 \times 100 = 1600$$

இதேபோல், $230^{116} = (23 \times 10)^{116} = 23^{116} \times 10^{116}$

எனவே, 230^{116} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 0 ஆகும்.

இப்போது,

$$1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1^6 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

11 என்ற எண்ணை 10+1 என்று எழுதுவோம்.

எனவே, $(10+1)^2 = 11^2 = 11 \times 11 = 121$

இதேபோல், $131 = 130 + 1 = (13 \times 10) + 1$

$$[(13 \times 10) + 1]^2 = 131^2 = 131 \times 131 = 17161$$

இதிலிருந்து, 1^x அல்லது $[(10\text{இன் மடங்கு})+1]^x$ என்ற அமைப்பிலுள்ள அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கம் எப்போதும் 1 ஆகவே உள்ளது. இங்கு x என்பது மிகை முழுக்கள்.

ஆகவே 181^{47} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆகும்.

இதேபோல், பின்வரும் அமைப்புகளை (pattern) உற்றுநோக்கினால், 5 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கம் 5 ஆகவும் மற்றும் 6 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகவும் இருக்கும் என முடிவுக்கு வரலாம்.

$5^1 = 5$	$6^1 = 6$
$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$6^2 = 6 \times 6 = 36$
$5^3 = 25 \times 5 = 125$	$6^3 = 36 \times 6 = 216$

எனவே, $55^4 = (50+5)^4$ என்னும் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 5 ஆகும். $56^{20} = (50+6)^{20}$ என்னும் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.11 பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கம் காண்க.

(i) 25^{23} (ii) 81^{100} (iii) 46^{31}

தீர்வு

(i) 25^{23} இன் அடிமானம் 25 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 5 மற்றும் இதன் அடுக்கு 23.
எனவே, 25^{23} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 5 ஆகும்.

(ii) 81^{100} இன் அடிமானம் 81 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 1.
இதன் அடுக்கு 100 (மிகை முழுக்கள்).
எனவே 81^{100} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆகும்.

(iii) 46^{31} இன் அடிமானம் 46 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6.
இதன் அடுக்கு 31 (மிகை முழுக்கள்).
எனவே, 46^{31} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) 106^{21} (ii) 25^{8}

(iii) 31^{18} (iv) 20^{10}

அடிமானம் 4 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தின் அமைப்பைப் புரிந்து கொள்ளப் பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனிக்கவும்.

$4^{1} = 4$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$4^{2} = 4\times 4 = 16$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)
$4^{3} = 4\times 4\times 4 = 16\times 4 = 64$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$4^{4} = 64\times 4 = 256$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)
$4^{5} = 256\times 4 = 1024$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$4^{6} = 1024\times 4 = 4096$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)

மேற்கூறியவற்றில் இருந்து, அடிமானம் 4 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 அல்லது 6 ஆக உள்ளது. மேலும், கூர்ந்து நோக்கினால், அடுக்கு ஒற்றை எண்ணாக இருக்கும்போது அதன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 ஆகவும், அடுக்கு இரட்டை எண்ணாக இருக்கும்போது அதன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகவும் உள்ளது.

இதேபோல், அடிமானத்தின் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 ஆக இருக்கும்போது,

$9^{1} = 9$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$9^{2} = 9\times 9 = 81$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)
$9^{3} = 9\times 9\times 9 = 81\times 9 = 729$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$9^{4} = 729\times 9 = 6561$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)
$9^{5} = 6561\times 9 = 59049$ (ஒற்றைப்படை அடுக்கு)
$9^{6} = 59049\times 9 = 531441$ (இரட்டைப்படை அடுக்கு)

அடிமானம் 9 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கமானது, அடுக்கு ஒற்றைப் படையாக இருக்கும்போது 9 ஆகவும், இரட்டைப்படையாக இருக்கும்போது, 1 ஆகவும் இருக்கும்.

நாம் ஏற்கனவே பார்த்ததுபோல, அடுக்கு எண்ணின் அடிமானம் [(10இன் மடங்கு)+4] அல்லது [(10இன் மடங்கு)+9] என்னும் வடிவில் இருக்கும்போது, இந்த விதி பொருந்தும்.

உதாரணமாக, 24^{12} இன் அடிமானம் 24 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 மற்றும் அதன் அடுக்கு 12 (இரட்டைப்படை எண்)

எனவே, 24^{12} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகும்.

இதேபோல், 89^{21} ஐக் கருதுக. 89^{21} இன் அடிமானம் 89 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 மற்றும் அதன் அடுக்கு 21 (ஒற்றைப்படை எண்).

எனவே, 89^{21} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 ஆகும்.

அடிமானம் 4 இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கமானது அடுக்கு ஒற்றைப்படையாக இருக்கும்போது 4 ஆகவும், இரட்டைப்படை எண்ணாக இருக்கும்போது 6 ஆகவும் இருக்கும் என்ற முடிவினைப் பெறலாம்.

இங்கு, 4 மற்றும் 6 ஆகிய எண் இணைகளும், 9 மற்றும் 1 ஆகிய எண் இணைகளும், 10இன் நிரப்பிகளாக உள்ளன என்பதை நினைவில் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.12 பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் காண்க.

(i) 4^7 (ii) 64^{10}

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) 64^{11} (ii) 29^{18}

(iii) 79^{19} (iv) 104^{32}

தீர்வு

(i) 4^7

அடிமானம் 4 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 மற்றும் அடுக்கு 7 (ஒற்றைப்படை எண்)

எனவே, 4^7 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 ஆகும்.

(ii) 64^{10}

அடிமானம் 64 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 மற்றும் அடுக்கு 10 (இரட்டைப்படை எண்)

எனவே, 64^{10} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 6 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.13 பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் காண்க.

(i) 9^{12} (ii) 49^{17}

தீர்வு

(i) 9^{12}

அடிமானம் 9 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 மற்றும் அடுக்கு 12 (இரட்டைப்படை எண்)

எனவே, 9^{12} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆகும்.

(ii) 49^{17}

அடிமானம் 49 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 மற்றும் அடுக்கு 17 (ஒற்றைப்படை எண்)

எனவே, 49^{17} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 9 ஆகும்.

எண் 2, 3, 7 மற்றும் 8 இல் முடியும் அடிமானத்தை உடைய அடுக்கு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்க, பின்வரும் செயல்பாடானது உதவிகரமாக இருக்கும்.

7th_Maths_T2_TM_Chp3.indd 59 05-07-2019 18:05:07

செயல்பாடு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க. முதல் நிரலில் உள்ள எண்களான 2,3,7,8 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்ட அடுக்கு எண்களின் அடிமானத்தில் உள்ள ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் குறிக்கின்றன. முதல் நிரையில் உள்ள எண்களான 1,2,3 மற்றும் 0 ஆனது அடுக்கை 4 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியைக் குறிக்கின்றன.

அடிமானத்தின் ஒன்றாம் இலக்கம்	அடுக்கு 4-ஆல் வகுபடும்போது கிடைக்கும் மீதி			
	1	2	3	0
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6

உதாரணமாக, 2^6 ஐக் கருதுக. இதில் அடிமானம் 2 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 2 மற்றும் அடுக்கு 6 ஆகும். அடுக்கு 6 ஐ 4 ஆல் வகுக்க மீதி 2 கிடைக்கும். மேலே உள்ள அட்டவணையில், மதிப்பு 4 ஐ 2 (நிரல்) மற்றும் 2 (நிரை) இக்கு தொடர்புடைய எண்ணாகக் காண முடிகிறது. எனவே, 2^6 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 4 ஆகும். சரிபாக்க, $2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 64$.

இதேபோல, 117^{20} ஐக் கருதுக. அடிமானம் 117 இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 7 மற்றும் அடுக்கு 20 ஆகும். அடுக்கு 20ஐ 4 ஆல் வகுக்க மீதி 0 கிடைக்கிறது.

மேலே உள்ள அட்டவணையில், 7 மற்றும் 0-ற்கான தொடர்புடைய எண்ணாக 1 ஐக் காண முடிகிறது. எனவே 117^{20} இன் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆகும்.

தற்பொழுது, இச்செயல்பாட்டினைத் தொடர்ந்துகொண்டே சென்றால், 2, 3, 7 அல்லது 8 இல் முடிவடையும் அடிமானத்தைக் கொண்ட எந்த அடுக்குக் குறியீட்டு எண்களின் ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் காண முடியும்.

பயிற்சி 3.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

   (i) $124\times36\times980$ இன் ஒன்றாம் இலக்கம் ______________

   (ii) ஓர் அடுக்கு எண்ணின் அடிமானமும் அதனுடைய விரிவாக்கத்தின் ஒன்றாம் இலக்கமும் 9 ஆக இருந்தால், அதன் அடுக்கு ஒரு ______________ எண்ணாகும்.

2. பொருத்துக:

குழு–அ அடுக்குக் குறியீடு	குழு–ஆ விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கம்
(i) 20^{10}	(a) 6
(ii) 121^{11}	(b) 4
(iii) 444^{41}	(c) 0

(iv) 25^{100} (d) 1

(v) 716^{83} (e) 9

(vi) 729^{725} (f) 5

3. பின்வரும் அடுக்கு எண்களின் விரிவாக்கத்தின் ஒன்றாம் இலக்கம் காண்க.

(i) 25^{23} (ii) 11^{10} (iii) 46^{15} (iv) 100^{12}

(v) 29^{21} (vi) 19^{12} (vii) 24^{25} (viii) 34^{16}

4. பின்வரும் எண் கோவைகளின் ஒன்றாம் இலக்கம் காண்க.

(i) $114^{20}+115^{21}+116^{22}$ (ii) $10000^{10000}+11111^{11111}$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. $(10+y)^4=50625$ என்னும் சமன்பாட்டில், y இன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) 1 (ii) 5 (iii) 4 (iv) 0

6. $(32\times 65)^0$ இன் ஒன்றாம் இலக்கம்

(i) 2 (ii) 5 (iii) 0 (iv) 1

7. $10^{71}+10^{72}+10^{73}$ என்னும் எண் கோவையின் ஒன்றாம் இலக்கம்

(i) 0 (ii) 3 (iii) 1 (iv) 2

3.5 இயற்கணிதக் கோவையின் படி (Degree of Expression)

இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பற்றி நாம் முன்னர்ப் படித்ததை நினைவு கூர்வோம்.

3.5.1 மீள்பார்வை – இயற்கணிதக் கோவை (Recap of Algebraic expression)

அடிப்படை கணிதச் செயல்பாடுகளான கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் மூலம் மாறி மற்றும் மாறிலியை இணைத்து, இயற்கணிதக் கோவைகளை உருவாக்குவது குறித்து, நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்தோம்.

இப்போது, அடுக்கு எண்கள் குறித்து அறிந்துகொண்டோம். அத்தகைய அடுக்குக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தியும் இயற்கணிதக் கோவைகளை உருவாக்கலாம்.

இயற்கணிதக் கோவைகள் குறித்த அடிப்படைக் கருத்துகளை நினைவுகூர்வோம்.

$2x+3$ என்னும் கோவையைக் கருதுக. இக்கோவையானது, x என்னும் மாறியை 2 ஆல் பெருக்கி, அந்தப் பெருக்கற்பலனுடன் 3 என்னும் மாறிலியைக் கூட்டும்போது கிடைக்கிறது.

இக்கோவையில் இரண்டு உறுப்புகள் உள்ளதால், இது ஓர் 'ஈருறுப்புக் கோவை' ஆகும். இங்கு $2x$ என்பது மாறி உறுப்பாகவும், 3 என்பது மாறிலி உறுப்பாகவும் உள்ளது. 2 என்பது x இன் எண் கெழு ஆகும்.

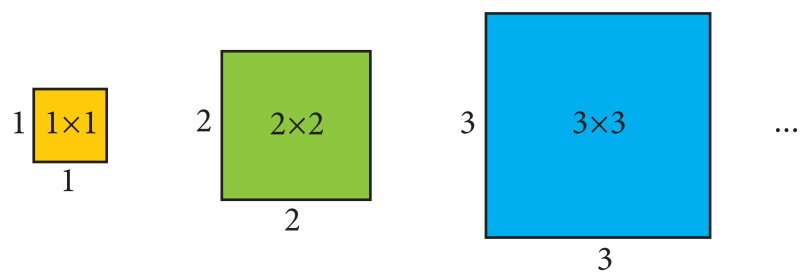
7th_Maths_T2_TM_Chp3.indd 61 05-07-2019 18:05:09

ஒரே மாறியுடன், அமைந்த உறுப்புகள், 'ஒத்த உறுப்புகள்' எனப்படும். உதாரணமாக, $-7x$, $2x$ மற்றும் $5x$ ஆகியன ஒத்த உறுப்புகள். ஆனால், மாறுபட்ட மாறிகளை உடைய உறுப்புகள் மாறுபட்ட உறுப்புகள் எனப்படும். $-2x$, $7y$ ஆகியன மாறுபட்ட உறுப்புகள். ஏனெனில், x மற்றும் y என்பன வெவ்வேறு மாறிகள்.

ஒத்த உறுப்புகளை மட்டுமே கூட்டவோ, கழிக்கவோ முடியும். அதாவது $2x+5x=7x$ என்று அறிவோம். ஆனால், மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது, புதிய கோவை உருவாகிறது. உதாரணமாக, $2x$ மற்றும் $5y$ ஐக் கூட்டினால் $2x+5y$ என்னும் புதிய கோவை கிடைக்கிறது.

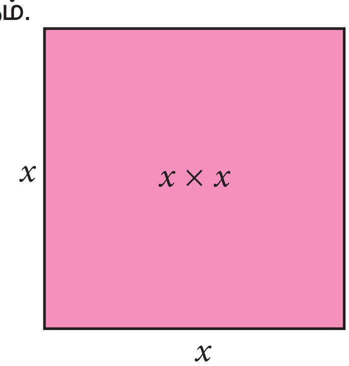
3.5.2 கோவைகளின் படி (Degree of Expressions)

ஒரு கோவையின் படியை அறிவதற்கு, முதலில் ஒரு மாறியின் படியினை அடுக்கு எண்களுடன் தொடர்புபடுத்திப் புரிந்துகொள்ளலாம். வர்க்க எண்களைக் கருதுக. அவை மாறுபட்ட அடிமானம் மற்றும் ஒரே அடுக்கையும் பெற்றுள்ளன. வர்க்க எண்களை வடிவ விளக்கப்படம் மூலம் குறிப்பிடுவது பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



பொதுவாக, அதன் பக்கத்தை x அலகுகள் என்னும் மாறியாகக் கருதினால், அதன் பரப்பளவு $x \times x$ சதுர அலகுகள் ஆகும். இதனை x^2 என்னும் அடுக்கு எண்ணாக எழுதலாம்.

இதன்மூலம், அடுக்கு வடிவில் நமக்கு இயற்கணிதக் கோவை கிடைக்கிறது. அதாவது, x^2 என்பதனை ஓர் ஓருறுப்புக் கோவையாகக் கருதினால், அதனுடைய உயர்ந்த அடுக்கானது அதன் அடுக்கு அதாவது '2' ஆகும்.



இதுபோலவே, நீளம் 'l' அலகுகள் மற்றும் அகலம் 'b' அலகுகள் என்னும் மாறிகளை உடைய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $l \times b = lb$ சதுர அலகுகள் ஆகும். இங்கு lb என்பதை ஓர் இயற்கணிதக் கோவையின் உறுப்பாகக் கருதலாம். மேலும், l மற்றும் b என்பன உறுப்பு lb இன் காரணிகளாகும்.

lb என்னும் கோவையின் அதிகபட்ச அடுக்கு 2 ஆகும். ஏனெனில், அதன் மாறிக் காரணிகளின் அடுக்குகளின் கூடுதல் 2 ஆகும்.

குறிப்பு

(i) ஓர் உறுப்பில் அதன் அடுக்கை வெளிப்படையாகக் குறிப்பிடாதபோது, அதனை 1 எனக் கருதுவோம். உதாரணமாக, $11p = 11p^1$.

(ii) x ஐ மாறியாகக் கொண்ட ஒரு கோவைக்கு அதன் ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டிய பிறகு, அடுக்குகள் இறங்கு வரிசையில் இருக்குமாறு அதன் உறுப்புகள் இருக்குமெனில் அந்தக் கோவை திட்ட வடிவில் உள்ளது என்பர்.

உதாரணமாக, $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 7x + 9$ என்பது திட்டவடிவில் உள்ளது. ஒரு கோவை திட்டவடிவில் இருக்கும்போது, அதன் அதிகபட்ச அடுக்கைக் காண்பது எளிது. இக்கோவையின் உச்ச அடுக்கு 4 ஆகும்.

(iii) ஒரு இயற்கணிதக் கோவையின் அதிகபட்ச படியினைக் கொண்ட உறுப்பே **தலையாய கெழு** எனப்படும்.

$x^3 - 3x^2 + 4$ என்னும் கோவையைக் கருதுக. இக்கோவையின் உறுப்புகள் x^3, $-3x^2$, 4 ஆகும். x^3 என்னும் உறுப்பின் அடுக்கு 3, $-3x^2$ இன் அடுக்கு 2 ஆகும். இவற்றுள் x^3 என்னும் உறுப்பு அதிகபட்ச அடுக்கினை, அதாவது 3 ஐக் கொண்டுள்ளது.

$3x^4 - 4x^3y^2 + 8xy + 7$ என்னும் கோவையைக் கருதுக. இதன் ஒவ்வோர் உறுப்பின் அடுக்கையும் காண்போம்.

இவற்றுள் $3x^4$ இன் அடுக்கு 4. எனவே, இதன் படி 4 ஆகும். $-4x^3y^2$ இல், x மற்றும் y மாறிகளின் அடுக்குகளின் கூடுதல் 5. எனவே, இதன் படி 5. மேலும், $8xy$ இன் அடுக்குகளின் கூடுதல் 2. எனவே இதன் படி 2 ஆகும்.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கோவையில் அதிகபட்ச அடுக்கு உள்ள உறுப்பு $-4x^3y^2$ ஆகும். இதன் அடுக்கு 5. இதுவே, இக்கோவையின் படி ஆகும்.

ஆகவே, 'இயற்கணிதக் கோவையின் படி' என்பது அக்கோவையிலுள்ள உறுப்புகளின் அடுக்குகளில், அதிகபட்ச அடுக்கினைக் குறிப்பதாகும். கோவையின் எந்த உறுப்பின் படியானாலும், அது மிகை முழுக்களாகவே இருக்கும்.

மேலும், கோவையின் படி என்பது அக்கோவையிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து அமையாது. ஆனால், ஒவ்வோர் உறுப்பிலுள்ள மாறிகளின் அடுக்குகளைப் பொறுத்து அமையும். மாறிலி உறுப்பின் படி பூச்சியம் (0) ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

1. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக:

வரிசை எண்	இயற்கணிதக் கோவை	உறுப்புகளின் படி				கோவையின் படி
		உறுப்பு-I	உறுப்பு-II	உறுப்பு-III	உறுப்பு-IV	
1.	$7x^3 - 11x^2 + 2x - 5$	3	2	1	0	3
2.	$9x^5 - 4x^2 + 2x - 11$	5	2	1	0	5
3.	$6b^2 - 3a^2 + 5a^2b^2$					
4.	$p^4+p^3+p^2+1$					
5.	$6x^2y^3 - 7x^3y + 5xy$					
6.	$9 + 2x^2 + 5xy - 5x^3$					

2. பின்வருவனவற்றுள் ஒத்த உறுப்புகளைக் காண்க:

(i) $2x^2y,\ 2xy^2,\ 3xy^2,\ 14x^2y,\ 7yx$

(ii) $3x^3y^2,\ y^3x,\ y^3x^2,\ -y^3x,\ 3y^3x$

(iii) $11pq,\ -pq,\ 11pqr,\ -11pq,\ pq$

எடுத்துக்காட்டு 3.14 பின்வரும் கோவைகளின் படியைக் காண்க.

(i) x^5 (ii) $-3p^3q^2$ (iii) $-4xy^2z^3$

(iv) $12xyz-3x^3y^2z+z^8$ (v) $3a^3b^4-16c^6+9b^2c^5+7$

M2J9V4

தீர்வு

(i) x^5 இன் அடுக்கு 5. எனவே, இந்தக் கோவையின் படி 5 ஆகும்.

(ii) $-3p^3q^2$ இல் அடுக்குகளின் கூடுதல் 5. (அதாவது, 3+2). எனவே, இந்தக் கோவையின் படி 5 ஆகும்.

(iii) $-4xy^2z^3$ இல் அடுக்குகளின் கூடுதல் 6. (அதாவது,1+2+3). எனவே, இந்தக் கோவையின் படி 6 ஆகும்.

(iv) இக்கோவையின் உறுப்புகள் $12xyz,\ 3x^3y^2z,$ மற்றும் z^8

இந்த உறுப்புகளின் அடுக்குகள் 3(1+1+1), 6(3+2+1), 8 ஆகும். இவற்றுள் அதிகபட்ச அடுக்கை உடைய உறுப்பு z^8 ஆகும்.

எனவே, இக்கோவையின் படி 8 ஆகும்.

(v) இக்கோவையின் உறுப்புகள் $3a^3b^4, -16c^6,\ 9b^2c^5,\ 7$ ஆகும்.

இந்த உறுப்புகளின் அடுக்குகள் 7(3+4), 6, 7(2+5), 0 ஆகும். இவற்றுள் அதிகபட்ச அடுக்கை உடைய உறுப்பு $3a^3b^4, 9b^2c^5$ ஆகும்.

எனவே, இக்கோவையின் படி 7 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.15 $4x^2+3xy+9y^2$ ஐயும், $2x^2-9xy+6y^2$ ஐயும் கூட்டுக. அந்தக் கூட்டற்பலன் கோவையின் படியினைக் காண்க.

தீர்வு

இதனை, $(4x^2+3xy+9y^2)+(2x^2-9xy+6y^2)$ என்று எழுதுவோம். ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்ட,

$$\left(4x^2+2x^2\right)+\left(3xy-9xy\right)+\left(9y^2+6y^2\right) = x^2\left(4+2\right)+xy\left(3-9\right)+y^2\left(9+6\right)$$

$$= 6x^2-6xy+15y^2$$

ஆகவே, இக்கோவையின் படி 2 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.16 $3x^3-2x^2-7x+6$ இலிருந்து x^3-x^2+x+3 ஐக் கழித்து, அக்கோவையின் படியைக் காண்க.

தீர்வு

இதனை, $\left(3x^3-2x^2-7x+6\right)-\left(x^3-x^2+x+3\right)$ என்று எழுதுவோம்.

அடைப்புக் குறிக்கு முன்பு குறைக்குறி (–ve sign) இருந்தால், அதனை நீக்க, அடைப்புக் குறிக்குள் உள்ள உறுப்புகளின் குறிகளை மாற்றி எழுதவேண்டும். எனவே,

$$\begin{aligned}\left(3x^3-2x^2-7x+6\right)-\left(x^3-x^2+x+3\right) &= 3x^3-2x^2-7x+6-x^3+x^2-x-3\\ &=\left(3x^3-x^3\right)+\left(-2x^2+x^2\right)+\left(-7x-x\right)+\left(6-3\right)\\ &=x^3\left(3-1\right)+x^2\left(-2+1\right)+x\left(-7-1\right)+\left(6-3\right)\\ &=2x^3-x^2-8x+3\end{aligned}$$

ஆகவே, இக்கோவையின் படி 3 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.17 பின்வரும் கோவையைச் சுருக்கி, அதன் படியைக் காண்க.

$$\left(4m^2+3n\right)-\left(3m+9n^2\right)-\left(3m^2-6n^2\right)+\left(5m-n\right)$$

தீர்வு

$$\begin{aligned}&\left(4m^2+3n\right)-\left(3m+9n^2\right)-\left(3m^2-6n^2\right)+\left(5m-n\right)\\ &= 4m^2+3n-3m-9n^2-3m^2+6n^2+5m-n\\ &=\left(4m^2-3m^2\right)+\left(3n-n\right)+\left(-3m+5m\right)+\left(-9n^2+6n^2\right)\\ &=m^2+2n+2m-3n^2\end{aligned}$$

எனவே, இந்தக் கோவையின் படி 2 ஆகும்.

பயிற்சி 3.3

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.
   (i) $a^3b^2c^4d^2$ என்னும் உறுப்பின் படி ______________.
   (ii) மாறிலி உறுப்பின் படி __________________.
   (iii) $3z^2y+2x-3$ என்னும் கோவையின் அதிகபட்சப் படி உடைய தலையாய உறுப்பின் கெழு ______.

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக.
   (i) m^2n மற்றும் mn^2 இன் படிகள் சமமானவை.
   (ii) $7a^2b$ மற்றும் $-7ab^2$ ஆகியன ஒத்த உறுப்புகள் ஆகும்.
   (iii) $-4x^2yz$ என்னும் கோவையின் படி -4 ஆகும்.
   (iv) ஒரு கோவையின் படி என்பது, ஏதேனும் ஒரு முழுக்களாக இருக்கக்கூடும்.

3. பின்வரும் உறுப்புகளின் படியைக் காண்க.
   (i) $5x^2$ (ii) $-7ab$ (iii) $12pq^2r^2$ (iv) -125 (v) $3z$

4. பின்வரும் கோவைகளின் படியைக் காண்க.
   (i) x^3-1 (ii) $3x^2+2x+1$ (iii) $3t^4-5st^2+7s^3t^2$

(iv) $5-9y+15y^2-6y^3$ (v) $u^5+u^4v+u^3v^2+u^2v^3+uv^4$

5. ஒத்த உறுப்புகளைக் கண்டறிக: $12x^3y^2z,\ -y^3x^2z,\ 4z^3y^2x,\ 6x^3z^2y,\ -5y^3x^2z$

6. பின்வரும் கோவைகளைக் கூட்டி, அதன் படியைக் காண்க.

(i) $(9x+3y)$ மற்றும் $(10x-9y)$ (ii) $(k^2-25k+46)$ மற்றும் $(23-2k^2+21k)$

(iii) $(3m^2n+4pq^2)$ மற்றும் $(5nm^2-2q^2p)$

7. பின்வரும் கோவைகளைச் சுருக்கி, அதன் படியைக் காண்க.

(i) $10x^2-3xy+9y^2-(3x^2-6xy-3y^2)$ (ii) $9a^4-6a^3-6a^4-3a^2+7a^3+5a^2$

(iii) $4x^2-3x-[8x-(5x^2-8)]$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. $3p^2-5pq+2q^2+6pq-q^2+pq$ என்பது ஒரு

(i) ஓருறுப்புக்கோவை (ii) ஈருறுப்புக் கோவை

(iii) மூவுறுப்புக் கோவை (iv) நான்கு உறுப்புக் கோவை

9. $6x^7-7x^3+4$ இன் படி

(i) 7 (ii) 3 (iii) 6 (iv) 4

10. $p(x)$ மற்றும் $q(x)$ என்பன படி 3 உடைய இரு கோவைகள் எனில், $p(x)+q(x)$ இன் படி

(i) 6 (ii) 0 (iii) 3 (iv) வரையறுக்கப்படவில்லை

பயிற்சி 3.4

பல்வகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. $6^2\times 6^m = 6^5$, எனில், m இன் மதிப்பு காண்க.

2. $124^{128}\times126^{124}$ இன் ஒன்றாம் இலக்கம் காண்க.

3. $16^{23}+71^{48}+59^{61}$ என்னும் எண் கோவையின் ஒன்றாம் இலக்கம் காண்க.

4. மதிப்பு காண்க $\dfrac{(-1)^6\times(-1)^7\times(-1)^8}{(-1)^3\times(-1)^5}$.

5. பின்வருவனவற்றின் படி காண்க. $2a^3bc+3a^3b+3a^3c-2a^2b^2c^2$

6. $p=-2,\ q=1$ மற்றும் $r=3$ எனில், $3p^2q^2r$ இன் மதிப்பு காண்க.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

7. லீடர்ஸ் (LEADERS) என்பது 256 உறுப்பினர்களைக் கொண்ட ஒரு வாட்ஸ்ஆப் குழு ஆகும். இக்குழுவிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பினரும் 256 வெவ்வேறு உறுப்பினர்களைக் கொண்ட தங்களுடைய சொந்த வாட்ஸ்ஆப் குழுவிற்கு நிர்வாகப் பொறுப்பாளர் ஆவார். லீடர்ஸ்

குழுவிலிருந்து அனுப்பப்படும் ஒரு செய்தியை அக்குழுவிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பினரும் தங்களுடைய சொந்தக் குழுவிற்கு அனுப்பினால், எத்தனை உறுப்பினர்கள் அச்செய்தியைப் பெறுவர்?

Z1X7F7

8. $3^{x+2} = 3^x + 216$ எனில், x இன் மதிப்பு காண்க.

9. $\mathrm{X} = 5x^2 + 7x + 8$ மற்றும் $\mathrm{Y} = 4x^2 - 7x + 3$ எனில், $X+Y$ இன் படியைக் காண்க.

10. $\left(2a^2 + 3ab - b^2\right) - \left(3a^2 - ab - 3b^2\right)$ இன் படியைக் காண்க.

11. $x = 3$, $y = 4$, $z = -2$ மற்றும் $w = x^2 - y^2 + z^2 - xyz$ எனில், w இன் மதிப்பு காண்க.

12. சுருக்கிப் படியைக் காண்க: $6x^2 + 1 - \left[8x - \left\{3x^2 - 7 - \left(4x^2 - 2x + 5x + 9\right)\right\}\right]$

13. ஒரு செவ்வகத்தின் இரு அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் $2x^2 - 5xy + 3z^2$ மற்றும் $4xy - x^2 - z^2$ எனில், அதன் சுற்றளவின் படி காண்க.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கணிதமேதை சீனிவாச இராமானுஜன் குறித்து நன்கறிவோம். அவரது குழந்தைப் பருவத்தில், அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி, பல அழகிய சமன்பாடுகளை உருவாக்கியிருக்கிறார். அவரது புகழ்பேசும் **'நோட்டுப் புத்தகங்கள்'** இலிருந்து (Notebooks) ஓர் அற்புதமான அடுக்கு வடிவச் சமன்பாடு பின்வருமாறு:

$$2^2 \times 6^6 \times 1^1 \times 1^1 = 3^3 \times 3^3 \times 4^4$$



ஒவ்வொரு காரணியிலும் அடிமானமும் அடுக்கும் ஒரே எண்ணாக இருப்பதைக் காண்க. மேலும், அடிமானத்தின் (அல்லது அடுக்குகளின்) கூடுதல் இருபுறமும் சமமாக உள்ளது. (அதாவது, $2+6+1+1 = 3+3+4 = 10$). இதனை, அடுக்கு விதிகளைப் பயன்படுத்தி எளிதாக நிறுவலாம்.

இடப்பக்கம் $= 2^2 \times 6^6 \times 1^1 \times 1^1 = 2^2 \times 6^6 \times 1 = 2^2 \times (2\times 3)^6$

$= 2^2 \times 2^6 \times 3^6$ [ஏனெனில், $(a\times b)^m = a^m \times b^m$]

$= 2^{2+6} \times 3^{3+3}$ [ஏனெனில், $a^m \times a^n = a^{m+n}$]

$= 2^8 \times 3^3 \times 3^3$

$= 2^{2\times 4} \times 3^3 \times 3^3$

$= \left(2^2\right)^4 \times 3^3 \times 3^3$ [ஏனெனில், $a^{m\times n} = \left(a^m\right)^n$]

$= 4^4 \times 3^3 \times 3^3 \;\; = 3^3 \times 3^3 \times 4^4$

= வலப்பக்கம்.

இதேபோல், பின்வரும் அவரது பிற சமன்பாடுகளையும் நிறுவ முயற்சிக்கலாம்:

$8^8 \times 9^9 \times 1^1 = 3^3 \times 3^3 \times 12^{12}$ (அடிமானத்தின் கூடுதல் 18)

$4^4 \times 20^{20} \times 30^{30} \times 1^1 = 6^6 \times 24^{24} \times 25^{25}$ (அடிமானத்தின் கூடுதல் 55)

பாடச்சுருக்கம்

- 'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு முழுக்கள் எனில், $a \times a \times a \times \ldots \times a$ (n முறைகள்) $= a^n$ ஆகும். இங்கு, a என்பது அடிமானம்; n என்பது அடுக்கு ஆகும்.
- $(-1)^n = \begin{cases} 1, n & \text{இரட்டைப்படை எண் எனில்} \\ -1, n & \text{ஒற்றைப்படை எண் எனில்} \end{cases}$
- 'a' என்னும் எண், அதே எண்ணுடன் பெருக்கப்படும்போது, அந்தப் பெருக்கற்பலன் 'வர்க்கம்' எனப்படும். அது a^2 எனக் குறிக்கப்படும். இதேபோல், அந்த வர்க்க எண் a^2-ஐ, 'a' உடன் பெருக்கும்போது, அந்தப் பெருக்கற்பலன் 'கனம்' என்று அழைக்கப்படும். அது a^3 எனக் குறிக்கப்படும்.
- 'a' மற்றும் 'b' என்பன ஏதேனும் இரு பூச்சியமற்ற எண்கள் எனவும், 'm' மற்றும் 'n' என்பன இயல் எண்கள் எனவும் கருதினால்,

  (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (பெருக்கல் விதி)

  (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m>n$ (வகுத்தல் விதி)

  (iii) $(a^m)^n = a^{m \times n}$ (அடுக்கின் அடுக்கு விதி)

  (iv) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

  (v) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

- 0, 1, 5 மற்றும் 6 ஆகிய எண்களை ஒன்றாம் இலக்கமாகக் கொண்ட அடிமானத்தின் அடுக்கு எண்களின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கம் அதே எண்களாக இருக்கும். எந்த ஒரு மிகை அடுக்கு உள்ள எண்ணுக்கும் இது பொருந்தும்.
- அடிமானம் 4இல் முடியும் அடுக்கு எண்களின் விரிவின் ஒன்றாம் இலக்கம், அதன் அடுக்கு ஒற்றை எண் ஆக இருக்கும்போது 4 ஆகவும், இரட்டை எண் ஆக இருக்கும்போது 6 ஆகவும் இருக்கும். இதேபோல், அடிமானம் 9 இல் முடியும் எண்களுக்கு, ஒற்றை எண் அடுக்குகளுக்கு ஒன்றாம் இலக்க எண் 9 ஆகவும், இரட்டை எண் அடுக்குகளுக்கு 1 ஆகவும் உள்ளது.
- ஓர் இயற்கணிதக் கோவையின் உறுப்புகளில் மாறிகளின் அதிகபட்ச அடுக்குகளை, அக்கோவையின் 'படி' எனப்படும். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளைக் கொண்டிருந்தால், ஒவ்வோர் உறுப்பிலும் உள்ள மாறிகளின் அடுக்குகளைக் கூட்டி, அவற்றுள் அதிகபட்சக் கூடுதல், அக்கோவையின் படியாகக் கருதப்படும்.

இணையச் செயல்பாடு

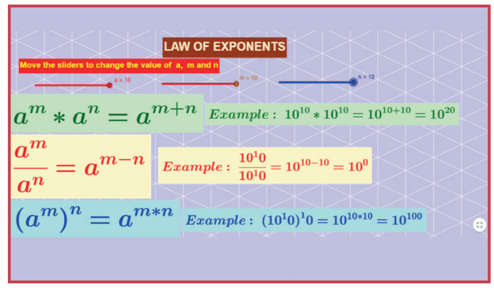
படி-1:

கீழ்க்காணும் உரலி/விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஜியோ ஜீப்ரா இணையப் பக்கத்தில் 'இயற்கணிதம்' என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். "அடுக்குகளின் விதி" என்ற பெயரில் பணித்தாள் உள்ளது.

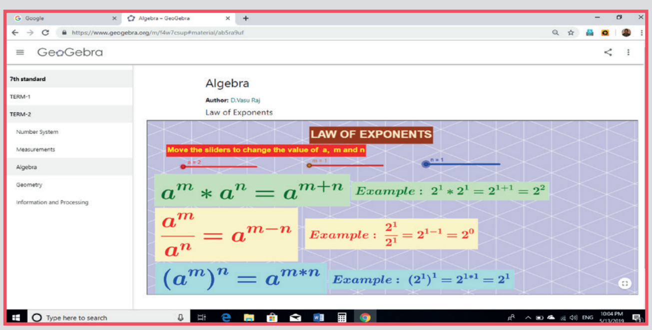
படி-2 :

a, *m* மற்றும் *n* என்ற நழுவலை நகர்த்தி, முடிவுகளை உற்றுநோக்குக மற்றும் விதிகளைப் பயிற்சி செய்க.

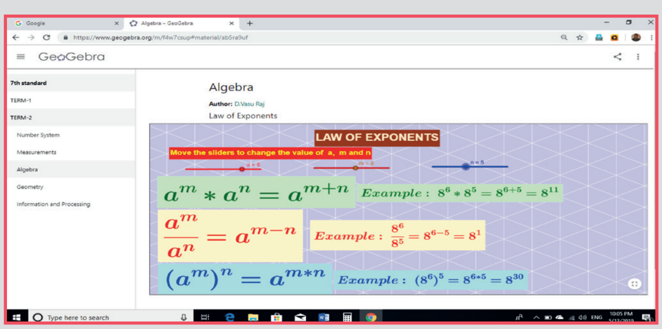
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

இயற்கணிதம் : https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/ab5ra9uf

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

B347_7_MATHS_TM

இயல்

4 வடிவியல்

Z4A5V1

கற்றல் நோக்கங்கள்

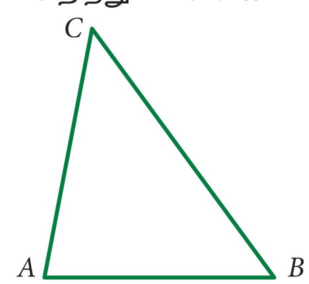
- முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பைப் பயன்படுத்துதல்.
- சர்வசம முக்கோணக் கருத்தைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மைக்கான கொள்கைகளை அறிந்துகொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

முக்கோணங்கள் (Triangles)

முதல் பருவத்தில், வெட்டும் கோடுகள் மற்றும் இணைகோடுகளுடன் குறுக்கு வெட்டிகள் ஏற்படுத்தும் பல வகையான கோணங்களைப் பற்றி கற்றிருக்கிறோம். மேலும், முக்கோணங்கள், முக்கோணங்களின் வகைகள் மற்றும் முக்கோணத்தின் பண்புகள் ஆகியவற்றையும் கற்றுள்ளோம். இப்பருவத்தில் முக்கோணத்தின் பண்புகளின் பயன்பாட்டை அறிந்துகொள்ளலாம்.

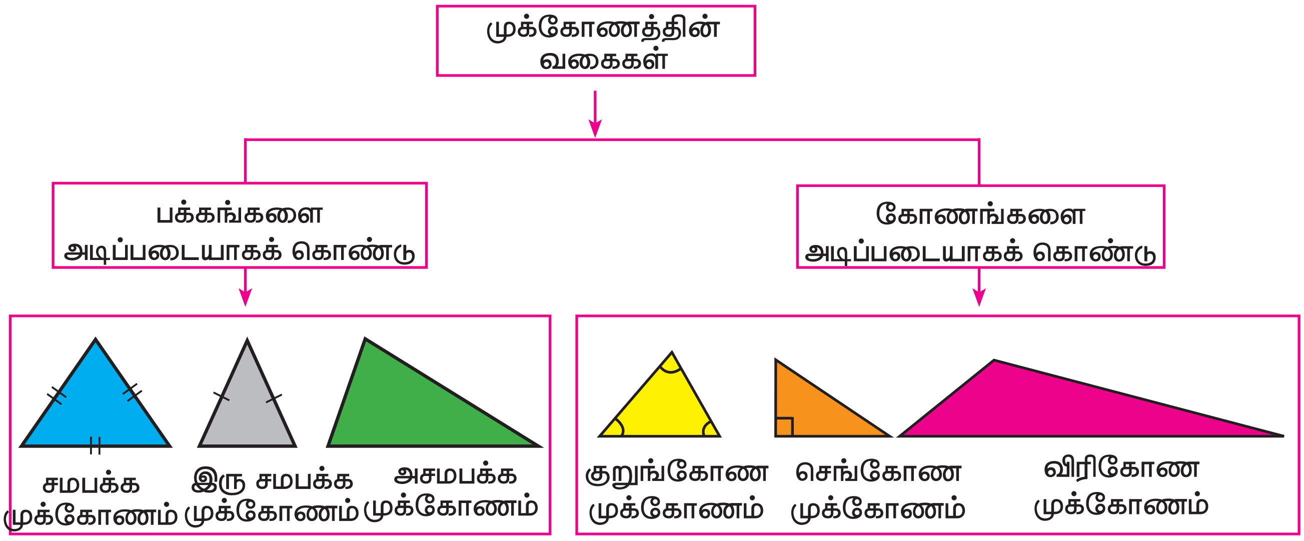
மூன்று கோட்டுத் துண்டுகளால் உருவாக்கப்படும் மூடிய உருவம் முக்கோணம் ஆகும். ஒரு முக்கோணம், மூன்று முனைகள், மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்களைக் கொண்டிருக்கும்.



படம் 4.1

முக்கோணம் ABC–ல் (படம் 4.1), A, B, C ஆகியவை முனைகள், $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ ஆகியவை பக்கங்கள் மற்றும் $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ ஆகியவை கோணங்கள் ஆகும். முக்கோணங்களைப் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கொண்டு வகைப்படுத்தும் முறைகளையும் முன்னரே கற்றறிந்துள்ளோம்.

முக்கோணங்களின் வகைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

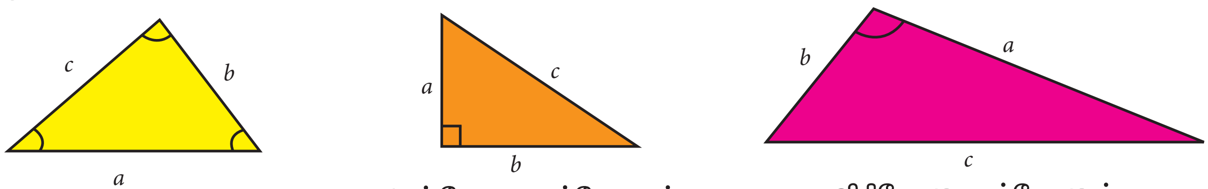


படம் 4.2

7th_Maths_T2_TM_Chp4.indd 70 05-07-2019 18:11:06

ஒரு நேர்கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகளை இணைத்து வரையப்படும் எந்த ஒரு முக்கோணத்திலும், ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும். இப்பண்பு **முக்கோணச் சமனின்மை** எனப்படும்.

இப்பண்பைச் சரிபார்க்கக் கோணங்களின் அடிப்படையிலான மூன்று முக்கோணங்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.



குறுங்கோண முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் விரிகோண முக்கோணம்

படம் 4.3

ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் பின்வரும் கூற்றுகள் உண்மையாக உள்ளன.

1. $a+b>c$ 2. $b+c>a$ 3. $c+a>b$

இப்பண்பு, பக்கங்களின் அடிப்படையிலான மூன்றுவகை முக்கோணங்களுக்கும் உண்மை.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கேள்விகளுக்கு விடையளி:

1. மூன்று ________________ புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம் முக்கோணம் உருவாக்கப்படுகிறது.
2. ஒரு முக்கோணத்தில் ________________ முனைகள் மற்றும் ________________ பக்கங்கள் உள்ளன.
3. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியானது முக்கோணத்தின் __________என அறியப்படுகிறது.
4. சமபக்க முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோண அளவும் ________________ ஆகும்.
5. ஒரு முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் $29°$, $65°$ மற்றும் $86°$ எனில், அம்முக்கோணம் _________ முக்கோணம்.
   (i) குறுங்கோண (ii) செங்கோண (iii) விரிகோண (iv) அசமப்பக்க
6. ஒரு முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் $30°$, $30°$, $120°$ எனில், அம்முக்கோணம் _________ முக்கோணம்.
   (i) குறுங்கோண (ii) அசமபக்க (iii) விரிகோண (iv) செங்கோண
7. பின்வருவனவற்றுள் எவை முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையும்?
   (i) 5,9,14 (ii) 7,7,15 (iii) 1, 2, 4 (iv) 3, 6, 8
8. எழில், தனது முக்கோண வடிவிலான தோட்டத்திற்கு வேலி அமைக்கின்றார். இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகள் 8 அடி, 14 அடி எனில் மூன்றாவது பக்கத்தின் அளவானது ___________
   (i) 11 அடி (ii) 6 அடி (iii) 5 அடி (iv) 22 அடி
9. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட செங்கோணங்கள் அமையுமா?
10. ஒரு முக்கோணத்தில் எத்தனை விரிகோணங்கள் இருக்க முடியும்?
11. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் மற்ற இரு கோணங்களின் கூடுதல் என்ன?
12. இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? விளக்குக.

4.1 அறிமுகம்

முக்கோணங்கள், கட்டுமானம் மற்றும் கட்டமைப்பு ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் முக்கிய வடிவமாக விளங்குகிறது. கட்டடங்களின் வடிவமைப்பு மற்றும் இதர கட்டமைப்புகளின் வலிமை, நிலைப்புத்தன்மை ஆகியவற்றுக்காக முக்கோணங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கட்டடக்கலையில் முக்கோணங்களின் பயன்பாட்டைப் புரிந்துகொள்வதற்கு முக்கோணங்களின் பண்புகளைப் பற்றிய அறிவு அவசியமானதாகும். கட்டடக் கலையில் முக்கோணங்களின் பயன்பாடானது, மற்ற பொதுவான வடிவங்களான கோபுரங்கள், வளைவுகள், உருளைகள் போன்றவற்றின் பயன்பாட்டிற்கும் முந்தையது ஆகும். மேலும் முக்கோணமானது, சக்கரம் கண்டுபிடிப்பதற்கு முன்பே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. முக்கோணங்களில், சமபக்க முக்கோணமும், இரு சமபக்க முக்கோணங்களும் மிக உறுதியானவை. மேலும் அவற்றின் சமச்சீர்த் தன்மை, எடையைப் பகிர்வதில் முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது.

ஆறாம் வகுப்பில் நாம் பயின்ற முக்கோணத்தின் பண்புகளின் தொடர்ச்சியே இப்பாடப்பகுதியாகும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்



மின்மாற்றி



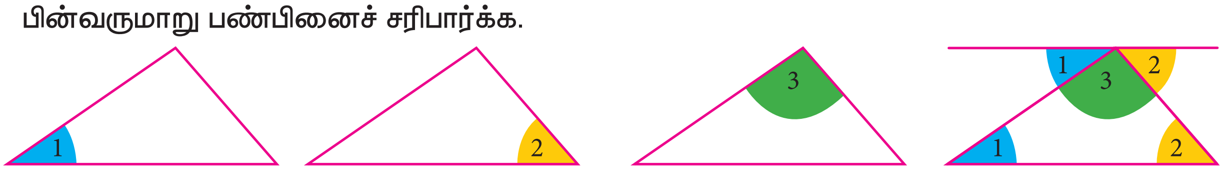
ஹௌரா பாலம்

4.2 முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பின் பயன்பாடு (Application of Angle Sum Property of Triangle)

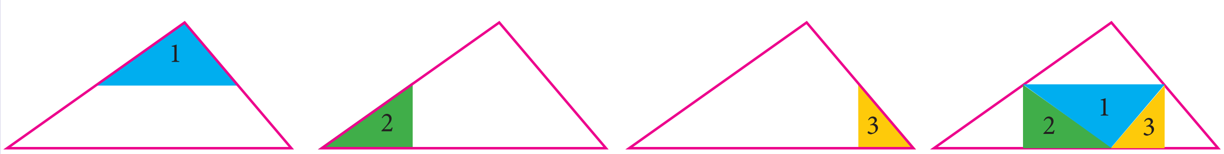
ஒரு முக்கோணத்தில் அமைந்துள்ள கோணங்களின் பண்புகளைக் குறித்து நாம் அறிந்துள்ளோம். அப்பண்புகளில் ஒன்று, முக்கோணத்திலுள்ள அனைத்துக் கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும். பின்வரும் செயல்பாட்டின் மூலம் இதை நாம் சரிபார்க்க இயலும்.

செயல்பாடு

ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தை வரைந்து அதன் கோணங்களை வண்ணமிடுக. பின்வருமாறு பண்பினைச் சரிபார்க்க.

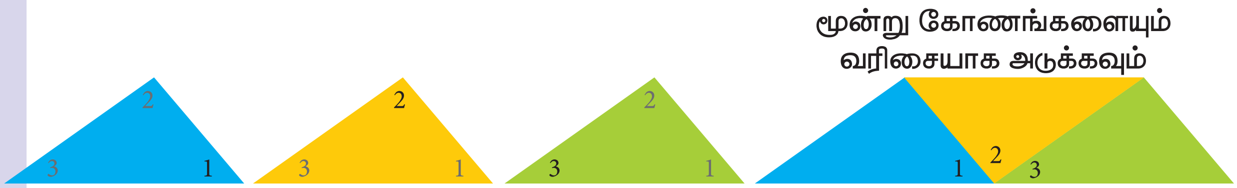


ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்



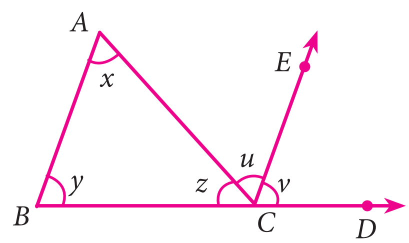
சமஅளவு கோணமுள்ள மூன்று முக்கோணங்களை எடுத்துக்கொள்க.

மூன்று கோணங்களையும் மடிக்கவும்



மேலே குறிப்பிட்டபடி முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

இச்செயல்பாட்டிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என்ற முடிவு பெறப்பட்டுள்ளது.



படம் 4.4

இப்போது, இந்த முடிவை முறையாக நிரூபிப்போம்.

கொடுக்கப்பட்டது: முக்கோணம் ABC

$\angle A = x$, $\angle B = y$ மற்றும் $\angle C = z$ எனக் கொள்க.

இப்போது நாம் $x + y + z = 180^\circ$ என நிரூபிப்போம்.

இதைச் செய்வதற்கு, BC ஐ D வரை நீட்டுவதும், CE என்ற கோட்டை C இலிருந்து AB இக்கு இணையாக வரைவதும் அவசியமாகும்.

Z8Q6P1

CE ஆனது $\angle ACE$ மற்றும் $\angle ECD$ என்ற இரு கோணங்களை உருவாக்குகிறது. அவைகளை முறையே u மற்றும் v என எடுத்துக்கொள்வோம்.

இப்போது u, v, z ஆகியன ஒரு நேர்க்கோட்டின்மீது ஒரு புள்ளியில் அமையும் கோணங்களாகும்.

எனவே, $z + u + v = 180^\circ$. ... (1)

AB மற்றும் CE ஆகியன இணைகோடுகள், DB ஆனது ஒரு குறுக்குவெட்டி என்பதால்,

$v = y$ (ஒத்த கோணங்கள்).

மேலும், AB மற்றும் CE ஆகியன இணைகோடுகள், AC ஆனது ஒரு குறுக்குவெட்டி என்பதால்,

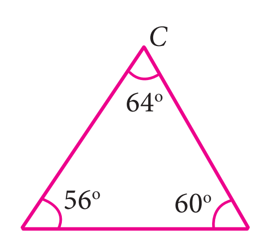
$u = x$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்). மேலும் $z + u + v = 180^\circ$ [சமன்பாடு (1)]

இதில் u விற்கு மாற்றாக x ஐயும் v இக்கு மாற்றாக y உம் பதிலீடு செய்ய நமக்கு $x + y + z = 180^\circ$ எனக் கிடைக்கிறது.

எனவே, ஒரு முக்கோணத்திலுள்ள அனைத்துக் கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.1 கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா?

(i) 80°, 70°, 50° (ii) 56°, 64°, 60°



படம் 4.5

தீர்வு

(i) கொடுக்கப்பட்ட கோணங்கள் 80°, 70°, 50°

கோணங்களின் கூடுதல் $= 80^\circ + 70^\circ + 50^\circ = 200^\circ \neq 180^\circ$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கோணங்களைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க இயலாது.

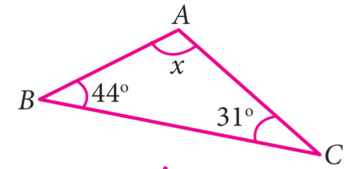
(ii) கொடுக்கப்பட்ட கோணங்கள் 56°, 64°, 60°

கோணங்களின் கூடுதல் $= 56° + 64° + 60° = 180°$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கோணங்களைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.2 கொடுக்கபட்டுள்ள $\triangle ABC$ இல் விடுபட்டக் கோண அளவைக் காண்க.

தீர்வு



படம் 4.6

$\angle A = x$ என்க.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ என நமக்குத் தெரியும். (முக்காணத்தில் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$$x + 44° + 31° = 180°$$
$$x + 75° = 180°$$
$$x = 180° - 75°$$
$$x = 105°$$

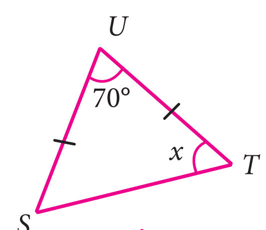
எடுத்துக்காட்டு 4.3 ΔSTU இல் $SU = UT$, $\angle SUT = 70°$, $\angle STU = x$ எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டது $\angle SUT = 70°$

$\angle UST = \angle STU = x$ (சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள்)

$$\angle SUT + \angle UST + \angle STU = 180°$$
$$70° + x + x = 180°$$
$$70° + 2x = 180°$$
$$2x = 180° - 70°$$
$$2x = 110°$$
$$x = \frac{110°}{2} = 55°$$



படம் 4.7

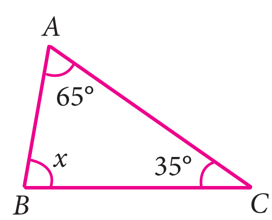
எடுத்துக்காட்டு 4.4 ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு கோணங்களின் அளவுகள் 65° மற்றும் 35° எனில், மூன்றாவது கோணத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட கோணங்கள் 65° மற்றும் 35°.

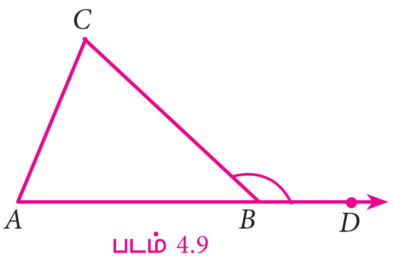
மூன்றாவது கோணத்தை x எனக் கொள்க.

$$65° + 35° + x = 180°$$
$$100° + x = 180°$$
$$x = 180° - 100°$$
$$x = 80°$$



படம் 4.8

4.3 வெளிக்கோணங்கள் (Exterior Angles)



படம் 4.9

ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று முனைகள், மூன்று பக்கங்கள், மூன்று கோணங்கள் ஆகியன உள்ளன என நாம் அறிவோம். இப்போது, படம் 4.9 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தை உற்று நோக்குக

ΔABC இல் பக்கம் AB ஆனது D வரை நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. $\angle CBD$ என்ற கோணத்தை உற்று நோக்குக. அக்கோணமானது BC மற்றும் BD ஆல் அமைகிறது. $\angle CBD$ ஆனது ΔABC இக்கு B இல் அமைந்த வெளிக்கோணம் எனப்படும்.

சிந்திக்க

BC ஐ F வரை நீட்டினால், ΔABC க்கு B இல் வெளிக் கோணம் அமையுமா?

கோணங்கள், $\angle ABC$ மற்றும் $\angle CBD$ ஆகியவை அடுத்துள்ள கோணங்களாகும். மேலும் அவை நேரிய கோண இணைகளாக அமைவதையும் நாம் காணலாம்.

மேலும், $\angle CAB$ மற்றும் $\angle ACB$ ஆகியவை $\angle CBD$ இக்கு அடுத்தடுத்து அமையாத கோணங்களாகும். அவை $\angle CBD$ இக்கு **உள்ளெதிர்க் கோணங்கள்** என அழைக்கப்படுகின்றன.

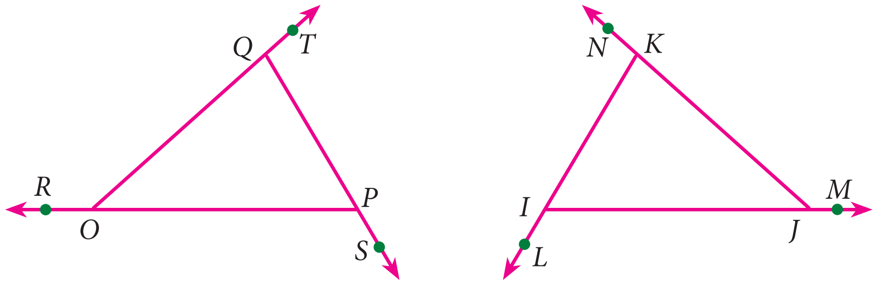
குறிப்பு

ΔABC இல் பக்கங்கள் BC ஐ E வரையும், CA ஐ F வரையும் நீட்டிப்பதன் மூலம், C மற்றும் A இல் வெளிக்கோணங்களை அமைக்கலாம்.

4.3.1 முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களின் பண்புகள் (Exterior Angle Properties of a Triangle)

செயல்பாடு

முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களின் பண்புகளைப் புரிந்துகொள்ளக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் வெளிக்கோணங்களைப் பட்டியலிடுக.



ஒவ்வொரு வெளிக்கோணத்தையும் அவற்றின் உள்ளெதிர்க் கோணங்களையும் அளந்து அட்டவணைப்படுத்துக. இம்முடிவை முறையாக நிரூபிக்க முயற்சி செய்வோம்

வெளிக்கோணம்	உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

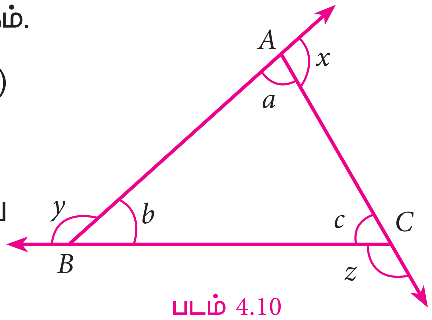
மேலே உள்ள செயல்பாட்டிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் என்றறிகிறோம்.

A2A2H6

நிரூபணம் :

ΔABC இல் A, B மற்றும் C இல் அமையும் கோணங்களை முறையே a, b மற்றும் c எனவும், A, B மற்றும் C இல் அமையும் வெளிக்கோணங்களை x, y மற்றும் z எனவும் எடுத்துக்கொள்வோம்.

$x=b+c$, $y=a+c$ மற்றும் $z=a+b$ என நிரூபிக்க வேண்டும்.



படம் 4.10

$a + x = 180°$ (நேரிய கோண இணைகள் மிகை நிரப்பிகள்)

இதிலிருந்து, $x = 180° - a$ ... (1)

இப்போது, $a + b + c = 180°$ (முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் $180°$)

இதிலிருந்து, $b + c = 180° - a$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) சமன்பாடுகளிலிருந்து, x மற்றும் $b+c$ இரண்டும் சமமாக உள்ளது.

எனவே, $x = b+c$.

செயல்பாடு

முக்கோணத்தின் ஒரு முனையில் ஒருவர் நின்று கொண்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். அவர் முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் வழியாகத் தொடக்கப்புள்ளியை அடையும் வரை நடப்பதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு முனையிலும், அம்முனையில் அமைந்த வெளிக்கோணத்திற்கு சம அளவில் திரும்புவார். எனவே முக்கோணத்தைச் சுற்றி முழுமையான பயணத்திற்குப் பிறகு ஒரு முழுச் சுற்றுக் கோணமான $360°$ கோண அளவிற்குத் திரும்பியிருப்பார்.

இம்முடிவைப் பின்வருமாறு நிரூபிப்போம்.

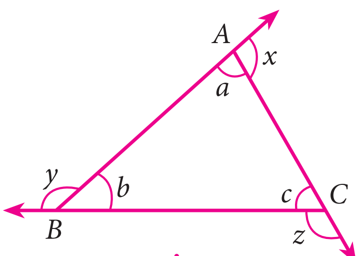
ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமையும் கோணம் $180°$, என்பதால்,

$a + x = 180°$ [நேரியக் கோண இணைகள் மிகை நிரப்பிகள்]

$x = 180° - a$

இதேபோன்று, $y = 180° - b$

மேலும் $z = 180° - c$



படம் 4.11

எனவே, $x + y + z = (180° - a) + (180° - b) + (180° - c)$

$= 540 - (a + b + c)$

$= 540° - 180°$ [ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் $180°$]

$= 360°$

எனவே, முக்கோணத்தின் அனைத்து வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் $360°$ ஆகும்.

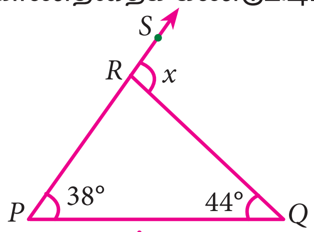
மேற்கண்டவைகளில் இருந்து வெளிக்கோணத்தின் இரண்டு முக்கியமான பண்புகளைப் பெறுகிறோம்.

(i) ஒரு முக்கோணத்தின், ஒரு வெளிக்கோணமானது இரண்டு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

(ii) ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் $360°$.

எடுத்துக்காட்டு 4.5 ΔPQR, R இல் அமையும் $\angle SRQ$ என்ற வெளிக்கோணத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு



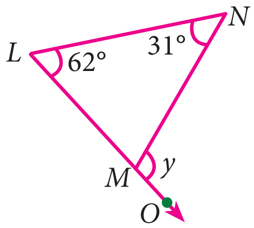
படம் 4.12

வெளிக்கோணம் = இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

$x = 38° + 44° = 82°$

எடுத்துக்காட்டு 4.6 ΔLMN இல் LM ஆனது O வரை நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. $\angle L = 62°$ மற்றும் $\angle N = 31°$ எனில், $\angle NMO$ ஐக் காண்க.

தீர்வு



படம் 4.13

$\angle NMO = y$ என்க.

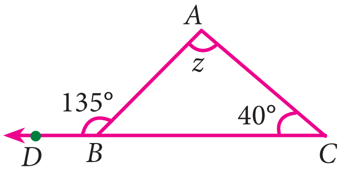
வெளிக்கோணம் = இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

$y = 62° + 31°$

$= 93°$

எடுத்துக்காட்டு 4.7 படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\triangle ABC$ இல் z இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு



படம் 4.14

வெளிக்கோணம் = இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

$135° = z + 40°$

இருபுறமும் $40°$ ஐக் கழிக்க.

$135° - 40° = z + 40° - 40°$

$z = 95°$

எடுத்துக்காட்டு 4.8 படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இருசமபக்க முக்கோணம் $\triangle IJK$ இல் $\angle IKL = 128°$ எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

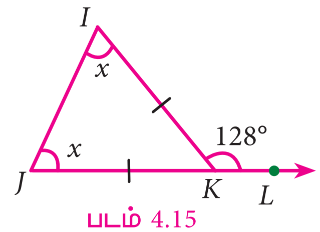
வெளிக்கோணம் = இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

$128° = x + x$

$128 = 2x$

$$\frac{128}{2} = \frac{2x}{2} \quad \text{[இருபுறமும் 2 ஆல் வகுக்க,]}$$

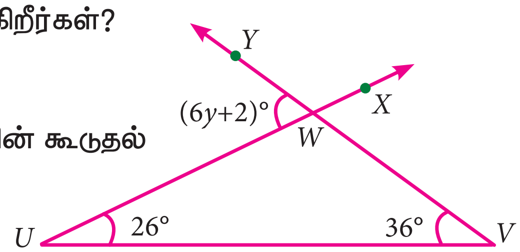
$$x = 64^\circ$$



படம் 4.15

எடுத்துக்காட்டு 4.9 படம் 4.16 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து $\angle UWY$ இன் மதிப்பைக் காண்க. $\angle XWV$ பற்றி நீங்கள் என்ன கருதுகிறீர்கள்?

தீர்வு



படம் 4.16

வெளிக்கோணம் = இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்

$$6y + 2 = 26^\circ + 36^\circ$$

$$6y + 2 = 62^\circ$$

இருபுறமும் 2 ஐக் கழிக்க,

$$6y = 62 - 2$$

$$6y = 60^\circ$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{60}{6} \quad \text{[இருபுறமும் 6ஆல் வகுக்க]}$$

$y = 10^\circ$ ஆகவே,

$\angle UWY = 6y + 2 = 6(10) + 2 = 62^\circ$.

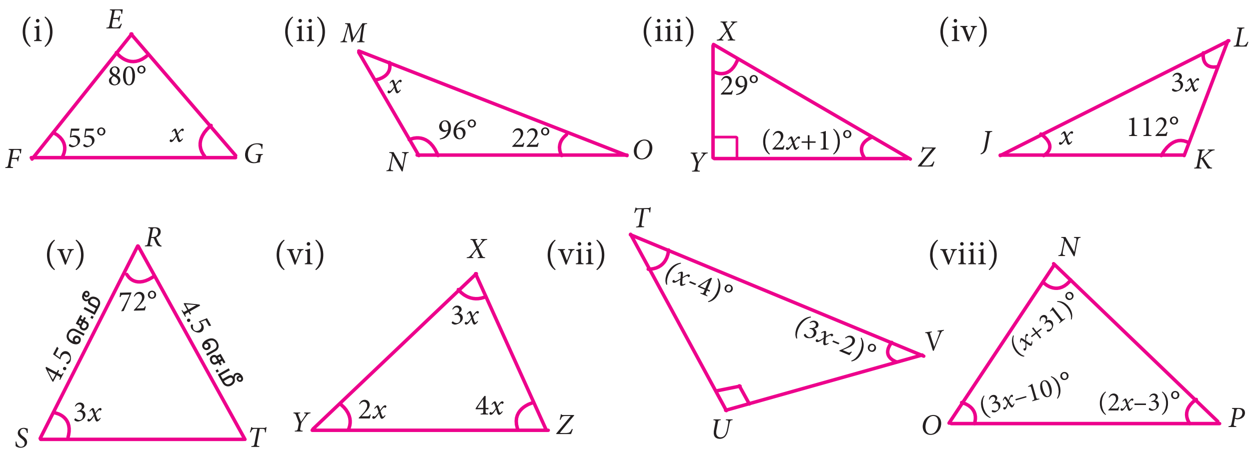
மேலும், $\angle XWV = \angle UWY$, ஏனெனில் இவ்விரு வெளிக்காணங்களும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 4.1

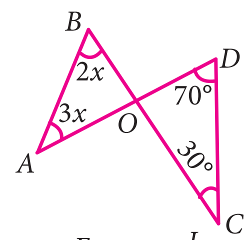
1. 30°, 60° மற்றும் 90° ஆகியவை ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களாக அமையுமா?

2. 25°, 65° மற்றும் 80° ஆகிய கோணங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்க இயலுமா?

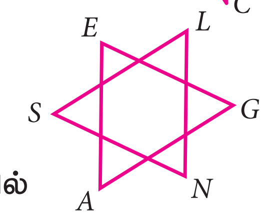
3. கீழ்க்காணும் ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் x–ன் மதிப்பைக் காண்க.



4. $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ என்ற இரு கோட்டுத்துண்டுகள் O என்ற புள்ளியில் வெட்டுகிறது. $\overline{AB}$ மற்றும் $\overline{DC}$ ஐ இணைத்தால், $\triangle AOB$ மற்றும் $\triangle DOC$ படத்தில் உள்ளவாறு அமைகிறது எனில், $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஐக் காண்க.



5. படத்தினை உற்றுநோக்கி, $\angle A + \angle N + \angle G + \angle L + \angle E + \angle S$ இன் மதிப்பைக் காண்க.



6. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் 3:5:4 என்ற விகிதத்தில் அமைந்துள்ளன எனில், அவற்றைக் காண்க.

7. $\triangle RST$ இல், $\angle S$ ஆனது $\angle R$ ஐ விட 10° அதிகமானது மற்றும் $\angle T$ ஆனது $\angle S$ ஐ விட 5° குறைவானது எனில், மூன்று கோணங்களைக் காண்க.

8. $\triangle ABC$ இல் $\angle B$ ஆனது $\angle A$ இன் 3 மடங்கு மற்றும் $\angle C$ ஆனது $\angle A$ இன் இருமடங்கு எனில், அக்கோணங்களைக் காண்க.

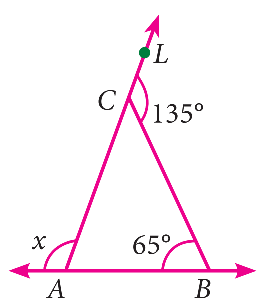
9. $\triangle XYZ$ இல் $\angle X : \angle Z = 5 : 4$ மற்றும் $\angle Y = 72^\circ$. $\angle X$ மற்றும் $\angle Z$ ஐக் காண்க.

10. செங்கோண முக்கோணம் ABC இல் $\angle B$ ஆனது செங்கோணம். $\angle A$ ஆனது $x+1$ மற்றும் $\angle C$ ஆனது $2x+5$ எனில், $\angle A$ மற்றும் $\angle C$ ஐக் காண்க.

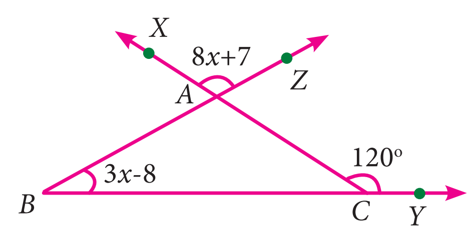
11. செங்கோண முக்கோணம் MNO இல், $\angle N = 90^\circ$, MO ஆனது P வரை நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. $\angle NOP = 128^\circ$ எனில், மற்ற கோணங்களைக் காண்க.

12. கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணம் ஒவ்வொன்றிலும் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

(i)

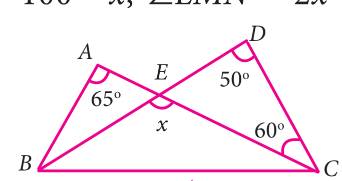


(ii)

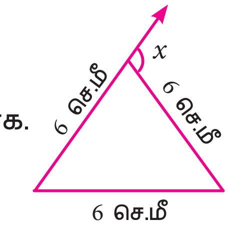


13. $\triangle LMN$ இல், MN ஆனது O வரை நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. $\angle MLN = 100 - x$, $\angle LMN = 2x$ மற்றும் $\angle LNO = 6x - 5$ எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

14. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் இருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.



15. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தைப் பயன்படுத்தி x இன் மதிப்பைக் காண்க.



கொள்குறி வகை வினாக்கள்

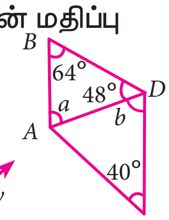
16. ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்கள் 2:3:4 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், அக்கோணங்கள்

(i) 20, 30, 40 (ii) 40, 60, 80 (iii) 80, 20, 80 (iv) 10, 15, 20

17. முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் $65°$. மற்ற இரு கோணங்களின் வித்தியாசம் $45°$ எனில், அவ்விரு கோணங்கள்

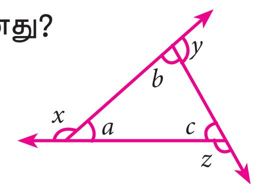
(i) $85°, 40°$ (ii) $70°, 25°$ (iii) $80°, 35°$ (iv) $80°, 135°$

18. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AB, CD ஆகியவை இணையானவை எனில், b இன் மதிப்பு



(i) $112°$ (ii) $68°$ (iii) $102°$ (iv) $62°$

19. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது சரியானது?



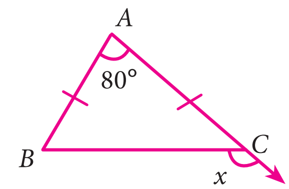
(i) $x + y + z = 180°$ (ii) $x + y + z = a + b + c$

(iii) $x + y + z = 2(a + b + c)$ (iv) $x + y + z = 3(a + b + c)$

20. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு வெளிக்கோணம் $70°$ மற்றும் அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்கள் சமம் எனில், அக்கோணத்தின் அளவானது,

(i) $110°$ (ii) $120°$ (iii) $35°$ (iv) $60°$

21. ΔABC இல் $AB = AC$ எனில், x இன் மதிப்பு _____.



(i) $80°$ (ii) $100°$ (iii) $130°$ (iv) $120°$

22. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு வெளிக்கோணம் $115°$ மற்றும் ஒரு உள்ளெதிர்க் கோணம் $35°$ எனில், முக்கோணத்தின் மற்ற இரண்டு கோணங்கள்

(i) $45°, 60°$ (ii) $65°, 80°$ (iii) $65°, 70°$ (iv) $115°, 60°$

4.4 சர்வசம முக்கோணங்கள் (Congruency of Triangles)

வடிவியலில் முக்கியக் கருத்தான 'சர்வசமம்' என்பதை நாம் கற்போம். சர்வசம முக்கோணங்களைப் புரிந்துகொள்வதற்கு முதலில் வடிவங்களின் சர்வசமம் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

4.4.1 சர்வசம வடிவங்கள் (Congruency of Shapes)

பின்வரும் பொருள்களின் படங்களை நன்கு கவனிக்க.



ஒரே மதிப்புடைய பணத் தாள்கள் | விளையாடும் சீட்டுக் கட்டு | ஒரே அளவுள்ள அளவுகோல்கள்

படம் 4.17

வடிவங்களின் சர்வசமத்தைப் புரிந்துகொள்வதற்கு நாம் விளையாடும் சீட்டுக்கட்டினை எடுத்துக்கொள்வோம். அவற்றில் ஏதேனும் இரு சீட்டுகளை எடுத்து ஒன்றின் மீது மற்றொன்றை வைக்கவும். அவை ஒன்றோடொன்று அளவிலும் வடிவத்திலும் மிகச் சரியாகப் பொருந்துமாறு வைக்க முடியும். ஆகவே கட்டில் உள்ள அனைத்துச் சீட்டுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சர்வ சமமானவை ஆகும்.

மேற்குறிப்பிட்ட பண்புடன் கூடிய ஏதேனும் இரு பொருள்கள் சர்வசமமானவை என்றழைக்கப்படும்.

இரு பொருள்கள் அல்லது உருவங்களின் சர்வசமத் தன்மையை எவ்வாறு அறிவது?

உருவங்களின் சர்வசமத் தன்மையைச் சரிபார்த்தலுக்கு நாம் ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருத்தும் முறையைப் பயன்படுத்துகிறோம். இம்முறையில், ஓர் உருவத்தைப் படி எடுத்து, படி எடுத்த உருவத்தை மற்றோர் உருவத்தின் மீது பொருத்துதல் வேண்டும். இரண்டு உருவங்களும் ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்துமாயின் அவை சர்வசம உருவங்களாகும். இம்முறையில் படியெடுத்த உருவத்தை மடிக்கவோ நீட்டவோ செய்தல் கூடாது. ஆனால் நகர்த்தலாம் அல்லது சுழற்றலாம்.

4.4.2 சர்வசமக் கோடுகள் (Congruence of Line Segments)

கீழ்க்காணும் நேர்க்கோட்டுத் துண்டுகளின் அளவுகளைக் கூர்ந்து கவனிக்க.



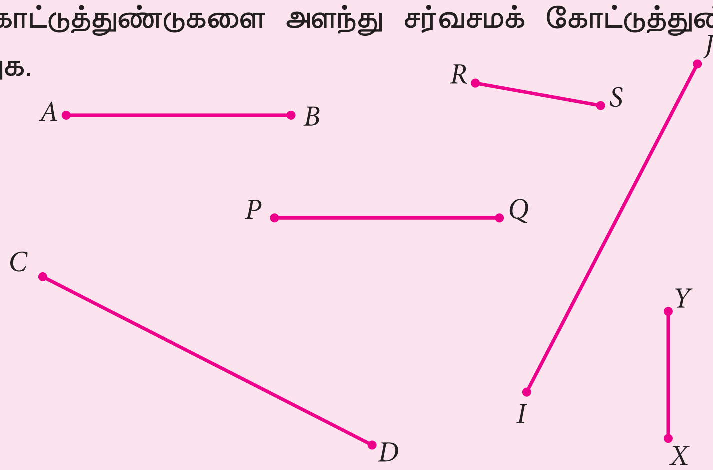
படம் 4.18

கோட்டுத்துண்டுகள் $\overline{AB}$ –யும், $\overline{CD}$ –யும் ஒரே நீளம் கொண்டவை. மேற்பொருத்தும் முறை மூலம் $\overline{AB}$ –யும், $\overline{CD}$ –யும் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துவதைக் காணலாம். எனவே, அக்கோட்டுத் துண்டுகள் சர்வசமக் கோட்டுத்துண்டுகள் ஆகும். இதை $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ என எழுதலாம்.

கோட்டுத்துண்டுகளின் சர்வசமத் தன்மைக்கு, நீளத்தை மட்டும் எடுத்துக்கொள்வதால் $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ என்பதை $AB = CD$ எனவும் எழுதலாம். எனவே கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்கள் சமமெனில் அவைகள் சர்வசமக் கோட்டுத்துண்டுகளாகும்.

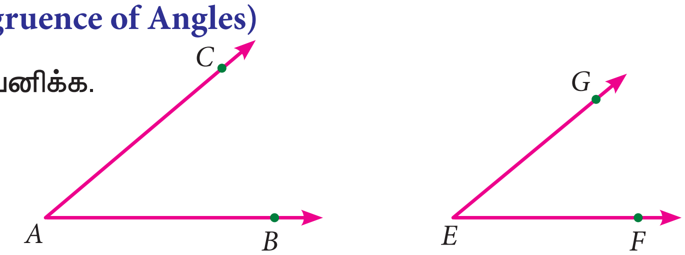
இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கோட்டுத்துண்டுகளை அளந்து சர்வசமக் கோட்டுத்துண்டுகளின் இணைகளாக வகைப்படுத்துக.



4.4.3 சர்வசமக் கோணங்கள் (Congruence of Angles)

பின்வரும் கோணங்களைக் கவனிக்க.



படம் 4.19

$\angle BAC$, $\angle FEG$ ஆகிய கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையை சோதிப்பதற்கு, $\angle BAC$ ஐ படி எடுத்து, AB ஆனது கோணம் $\angle FEG$ இல் FE மீது பொருந்துமாறு செய்வோம். இப்போது AC ஆனது FG இன் மீது அமையும். கோணத்தின் கதிர்களின் நீளங்கள் வேறுபட்டாலும், $\angle BAC$ ஆனது $\angle FEG$ இன் மீது முழுவதுமாக பொருந்தும். எனவே, அவை சர்வசமக் கோணங்கள் ஆகும். இதை $\angle BAC \cong \angle FEG$ எனக் குறிப்போம்.

சர்வசமக் கோணங்கள் அவற்றின் கோண அளவை மட்டுமே சார்ந்தவை. கதிர்களின் நீளங்களைச் சார்ந்தவை அல்ல. எனவே, இரு கோணங்களின் கோண அளவுகள் சமம் எனில், அவை சர்வசமக் கோணங்கள் என அழைக்கப்படும்.

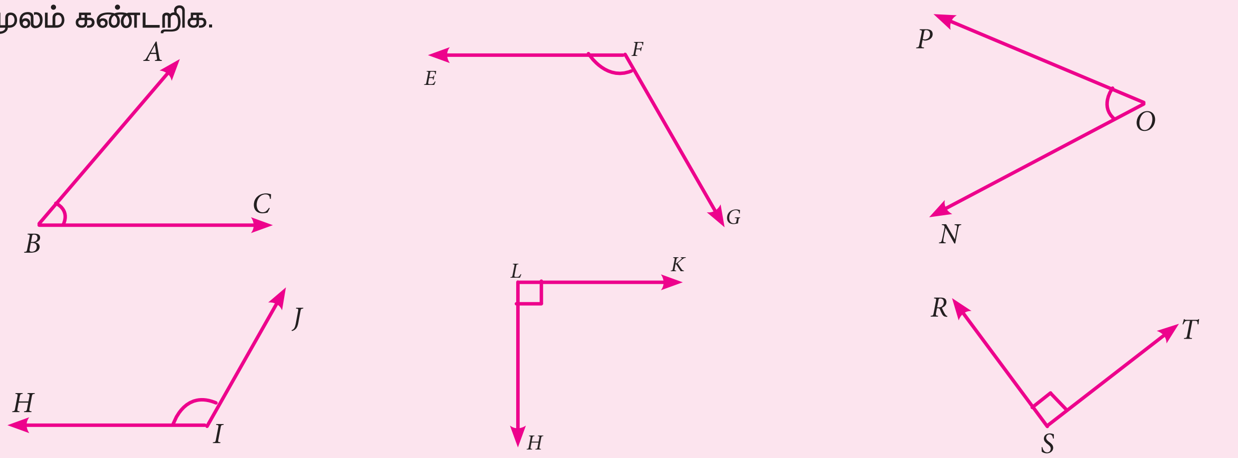
இரு கோணங்கள் $\angle BAC$, $\angle FEG$ ஆகியன சர்வசமம் எனில், அதனை $\angle BAC \cong \angle FEG$ என்று குறிக்கலாம்.

கோட்டுத்துண்டுகளைப் போன்றே கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையும் கோணங்களின் அளவைப் பொறுத்தே அமைவதால் இரு கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவ்விரு கோண அளவுகளும் சமமானவையாக இருக்கும்.

ஆகவே, $\angle BAC = \angle FEG$ என்பதை $\angle BAC \cong \angle FEG$ என்றும் எழுதலாம்.

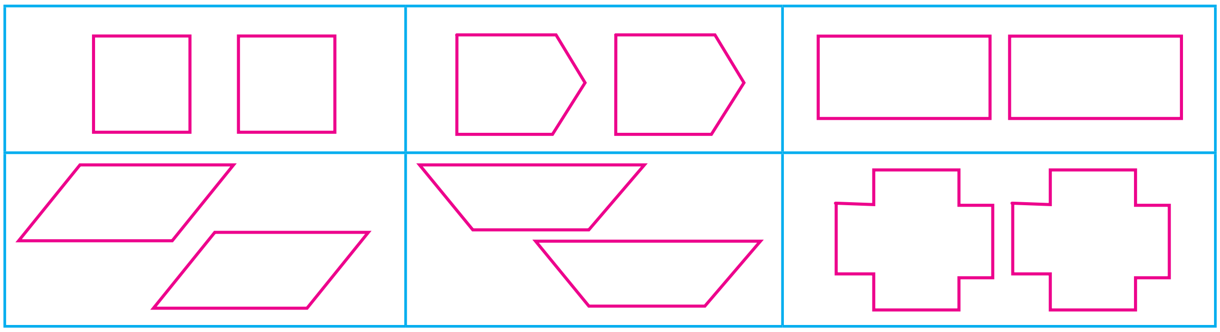
இவற்றை முயல்க

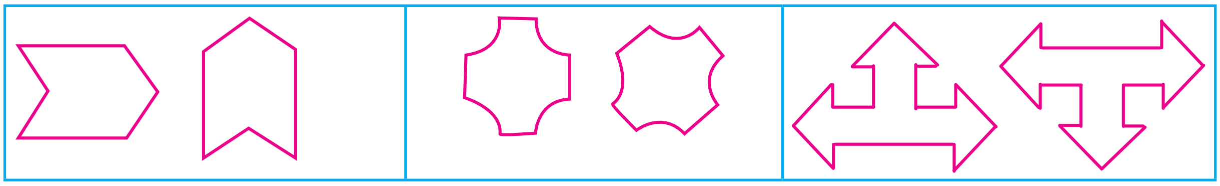
சர்வசமக்கோண சோடிகளை மேற்பொருத்தும் முறை அல்லது கோணங்களை அளப்பதன் மூலம் கண்டறிக.



4.4.4 சர்வசமத் தள உருவங்கள் (Congruence of Plane Figures)

கீழ்க்காணும் தள உருவங்களைக் கவனிக்க.

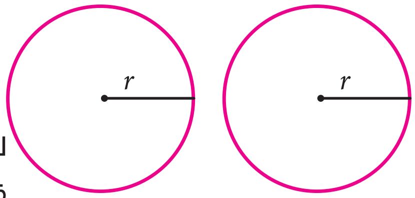




படம் 4.20

அவை வடிவத்திலும் அளவிலும் ஒரே அளவு கொண்டவை. பக்கங்களும் (கோட்டுத்துண்டுகள்), கோணங்களும் சம அளவு கொண்டவை.

கீழ்க்காணும் வட்டங்களைக் கவனிக்க படம் 4.21.



படம் 4.21

அவற்றின் ஆரங்கள் சமம். அவை ஒன்றின் மீது ஒன்று முழுவதுமாகப் பொருந்துகிறது. இவ்வாறான உருவங்கள் சர்வசமத் தள உருவங்கள் எனப்படும்.

குறிப்பு

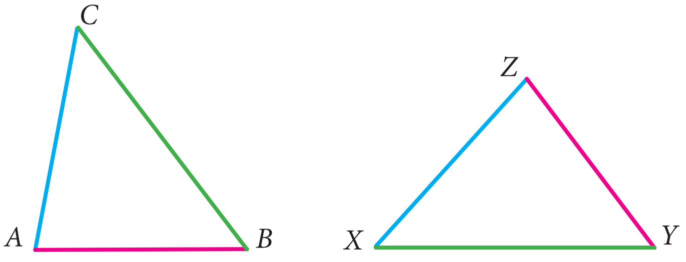
சர்வசமத் தன்மையுடைய வடிவங்களில் ஒன்றின் மீது ஒன்று முழுவதுமாகப் பொருந்தும் பகுதிகள் ஒத்த பகுதிகள் என அழைக்கப்படும். மேற்பொருந்தும் பக்கங்கள் ஒத்த பக்கங்கள் என்றும், மேற்பொருந்தும் கோணங்கள் ஒத்த கோணங்கள் என்றும் அழைக்கப்படும்.

எனவே, இரண்டு தள உருவங்களில் ஒத்த பக்கங்கள் மற்றும் ஒத்த கோணங்கள் சமமெனில், அவை சர்வசம உருவங்கள் எனப்படும். இரண்டு தள உருவங்கள் F_1, F_2 ஆகியவை சர்வசமமெனில் அவற்றை $F_1 \cong F_2$ என எழுதலாம்.

4.4.5 சர்வசம முக்கோணங்கள் (Congruence of Triangles)

மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளால் அமைக்கப்படும் மூடிய வடிவமே முக்கோணம் என நாம் அறிவோம். ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று பக்கங்களும், மூன்று கோணங்களும் உள்ளன. இரு முக்கோணங்களில், ஒத்த பக்கங்களும், ஒத்த கோணங்களும் சமம் எனில், அவை சர்வசம முக்கோணங்கள் எனப்படும்.

பின்வரும் இரு முக்கோணங்களான $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle XYZ$ ஐ உற்று நோக்குக.



படம் 4.22

படி எடுத்து மேற்பொருத்தும் முறையில், $\triangle XYZ$ ஆனது $\triangle ABC$ ன் மீது முழுவதுமாகப் பொருந்துவதைக் காண இயலும்.

7th_Maths_T2_TM_Chp4.indd 83 05-07-2019 18:11:21

$\triangle ABC$ இன் அனைத்துப் பக்கங்களும், கோணங்களும், $\triangle XYZ$ இன் ஒத்த பக்கங்களுக்கும், ஒத்த கோணங்களுக்கும் சமமாக உள்ளன. எனவே, அவை சர்வசம முக்கோணங்கள் எனக் கூற முடியும். இதனை $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ என எழுதலாம்.

முனைகள் A, B மற்றும் C ஆகியவை முறையே முனைகள் Z, Y மற்றும் X இன் மீது பொருந்துவதைக் காணலாம். அவை ஒத்த முனைகள் என அழைக்கப்படும்.

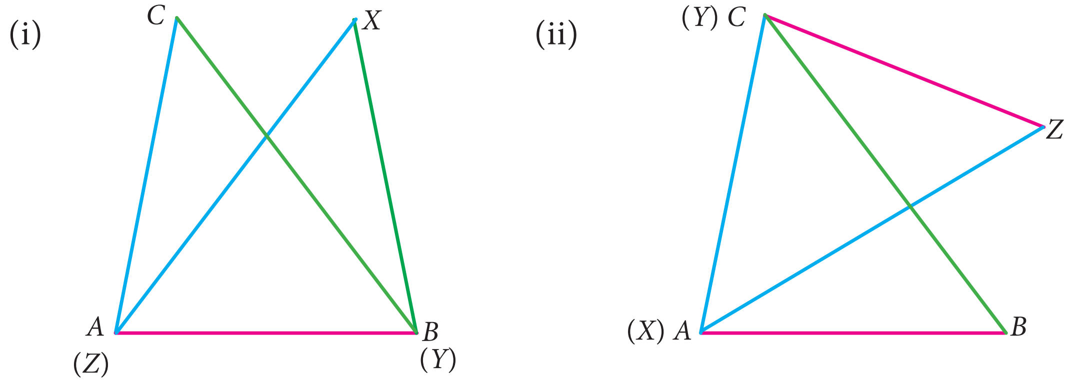
பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் CA ஆகியவை முறையே பக்கங்கள் YZ, XY மற்றும் ZX ஆகியவை மீது முழுவதுமாகப் பொருந்துகின்றன. எனவே அவை ஒத்த பக்கங்கள் எனப்படும்.

மேலும், $\angle A = \angle Z$, $\angle B = \angle Y$ மற்றும் $\angle C = \angle X$ இவை ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.

மேலே உள்ள முக்கோணங்களின் முனைகளை $A \leftrightarrow Z, B \leftrightarrow Y, C \leftrightarrow X$ என தொடர்பு படுத்தலாம். நாம் இதனை $ABC \leftrightarrow XYZ$ என எழுதலாம்.

முனை A இன் மீது முனை Y அல்லது முனை X ஐ பொருத்தும்போது, முக்கோணங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று முழுவதும் பொருந்தாத தன்மையை நாம் காணலாம். இதிலிருந்து முக்கோணங்கள் சர்வசமமற்றவை என்று கூற முடியாது.

இதன்மூலம், முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைப் உறுதி செய்வதற்கு ஒத்த முனைகள், ஒத்த பக்கங்கள், ஒத்த கோணங்களை சரிபார்க்க வேண்டும்.



படம் 4.23

எனவே, மேற்கண்ட முக்கோணங்கள் $(\triangle ABC \cong \triangle XYZ)$ என்பது சர்வசமமானவை.

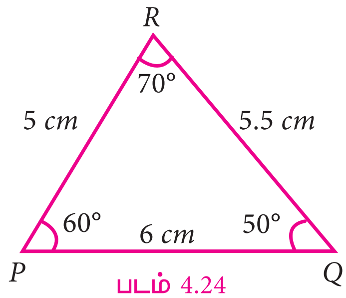
ஆகவே, ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும், அனைத்துக் கோணங்களும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்கள் என்று கூறலாம்.

4.4.6 சர்வசம முக்கோணங்களுக்கான விதிகள் (Conditions for Triangles to be Congruent)

முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையை உறுதிசெய்வதற்கு மேற்பொருத்தும் முறையைக் கற்றுக்கொண்டோம். மிகவும் பயனுள்ள பொருத்தமான அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையை சரிபார்க்கலாம். அவற்றை முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைச் சரிபார்க்க உதவும் கொள்கைகளாக நாம் பின்வருமாறு அறிந்து கொள்ளலாம்.

பின்வரும் முக்கோணத்தைக் கவனிக்க (படம் 4.24).

மேற்கண்ட முக்கோணத்திற்குச் சர்வசமமாக மற்றொரு முக்கோணத்தை வரைவதற்கு அனைத்து அளவுகளும் கொடுக்கப்படுதல் அவசியமா? முக்கோணத்தை வரைய மூன்று அளவுகள் மட்டுமே போதுமானதாகும். அம்மூன்று அளவுகள் பின்வருவனவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றாக இருக்கலாம் (படம் 4.24).



படம் 4.24

1. மூன்று பக்கங்களின் அளவுகள் (அல்லது)
2. இரண்டு பக்க அளவுகள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் (அல்லது)
3. இரண்டுகோணங்கள்மற்றும்கொடுக்கப்பட்டகோணங்களைத் தாங்கும் பக்கம்.

இம்மூன்று கொள்கைகளையும் ஒவ்வொன்றாகப் பார்க்கலாம்.

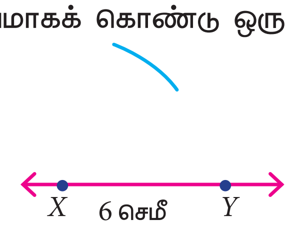
1. மூன்று பக்கங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பக்கம்–பக்கம்–பக்கம் கொள்கை (ப–ப–ப)

$XY = 6$ செ.மீ, $YZ = 5.5$ செ.மீ, மற்றும் $ZX = 5$ செ.மீ, என உள்ளவாறு $\triangle XYZ$ ஐ வரைக.

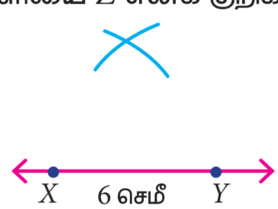
படி 1: ஒரு நேர்கோடு வரைக. $XY = 6$ செ.மீ உள்ளவாறு கோட்டின் மீது X மற்றும் Y ஐக் குறிக்க.



படி 2: ஆரம் 5 செ.மீ உள்ளவாறு X ஐ மையமாகக் கொண்டு ஒரு வட்ட வில்லை XY இக்கு மேற்புறம் வரைக.

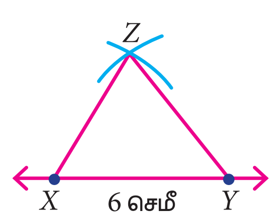


படி 3: Y ஐ மையமாகக் கொண்டு 5.5 செ.மீ ஆரம் கொண்ட வட்ட வில்லை முன்னர் வரைந்த வட்ட வில்லை வெட்டுமாறு வரைக. வெட்டும் புள்ளியை Z எனக் குறிக்க.



படி 4: XZ மற்றும் YZ ஐ இணைக்க.

XYZ தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.



மேற்பொருத்தும் முறையில் $\triangle PQR$ (படம் 4.24) இன் மீது பக்கங்கள் XY, PQ; XZ, PR; YZ, QR என்றவாறு $\triangle XYZ$ ஐப் பொருத்தினால் இரு முக்கோணங்களும் மிகச் சரியாகப்

பொருந்துவதைக் காணலாம். எனவே, முக்கோணங்கள் $\triangle PQR$ உம் $\triangle XYZ$ உம் சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகும். இதனை $\triangle PQR \equiv \triangle XYZ$ எனக் குறிக்கிறோம்.

இங்கு பக்கங்கள் மட்டும் முதன்மையாகக் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால் இக்கொள்கையை ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகும். இது பக்கம்–பக்கம்–பக்கம் (ப–ப–ப) கொள்கை என அறியப்படும்.

குறிப்பு

இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் அவற்றின் ஒத்த பாகங்கள் சர்வசமம் ஆகும். இதை 'சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சர்வசமம்' என்று கூறுவோம்.

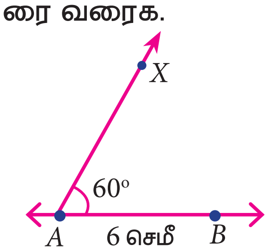
2. **இரண்டு பக்க அளவுகள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருத்தல். பக்கம்–கோணம்–பக்கம் கொள்கை (ப–கோ–ப).**

AB = 6 செ.மீ, AC = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 60^\circ$ உள்ளவாறு $\triangle ABC$ வரைக.

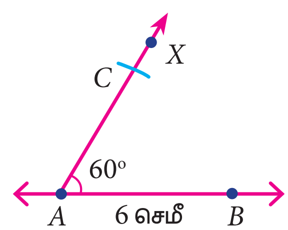
படி **1:** ஒரு நேர்கோடு வரைக. AB = 6 செ.மீ உள்ளவாறு A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளை அதன் மீது குறிக்க.



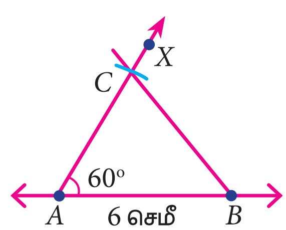
படி **2:** A இல் AB உடன் 60° கோணத்தை அமைக்குமாறு AX என்ற கதிரை வரைக.

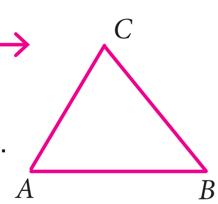


படி **3:** A ஐ மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரம் கொண்ட வட்ட வில்லைக் கதிர் AX ஐ வெட்டுமாறு வரைக. வெட்டும் புள்ளியை C எனக் குறிக்க.



படி **4:** BC ஐ இணைக்க.





ABC என்பது தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

மேற்பொருத்தும் முறையில், $\triangle ABC$ ஐ $\triangle PQR$ (படம் 4.24) இன் மீது, $AB, PQ; AC, PR$ மற்றும் $\angle A, \angle P$ என்றவாறு பொருத்தினால் இரு முக்கோணங்களும் $\triangle ABC, \triangle PQR$ மிகச் சரியாகப் பொருந்துவதைக் காணலாம்.

"ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும், அப்பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த இரு பக்கங்களுக்கும், அவற்றிற்கிடைப்பட்ட கோணத்திற்கும்

சமமாக இருந்தால் அம்முக்கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்கள்" எனக் கூறுவோம். இது பக்கம்–கோணம்–பக்கம் கொள்கை என அழைக்கப்படும்

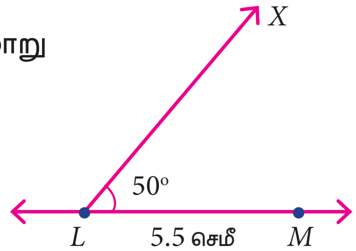
3. **இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட கோணங்களைத் தாங்கும் பக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருத்தல். கோணம்–பக்கம்–கோணம் கொள்கை (கோ–ப–கோ).**

$LM = 5.5$ செ.மீ, $\angle M = 70°$ d $\angle L = 50°$ உள்ளவாறு $\triangle LMN$.

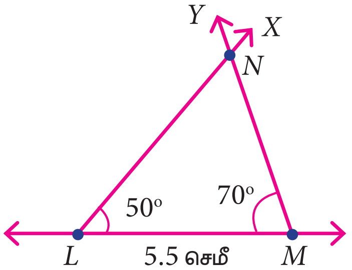
படி 1: ஒரு நேர்கோடு வரைக. $LM = 5.5$ செ.மீ உள்ளவாறு L மற்றும் M என்ற புள்ளிகளை அதன்மீது குறிக்க.



படி 2: L இல் LM உடன், $50°$ கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு கதிர் LX வரைக.



படி 3: M இல் LM உடன், $70°$ கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு கதிர் MY வரைக. இரு கதிர்களும், வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியை N எனக் குறிக்க.



LMN என்பது தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

மேற்பொருத்தும் முறையில் $\triangle PQR$ (படம் 4.24) இன் மீது $\angle L$, $\angle Q$; $\angle M$, $\angle R$ மற்றும் LM, QR என்றவாறு $\triangle LMN$ ஐப் பொருத்துக. இரு முக்கோணங்களும் மிகச் சரியாகப் பொருந்துவதைக் காணலாம்.

"ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும், கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த பகுதிகளுக்குச் சமமாக இருந்தால் அம்முக்கோணங்கள் சர்வசமம்" என்று கூறுவோம். இது கோணம்–பக்கம்–கோணம் கொள்கை என அழைக்கப்படும்.

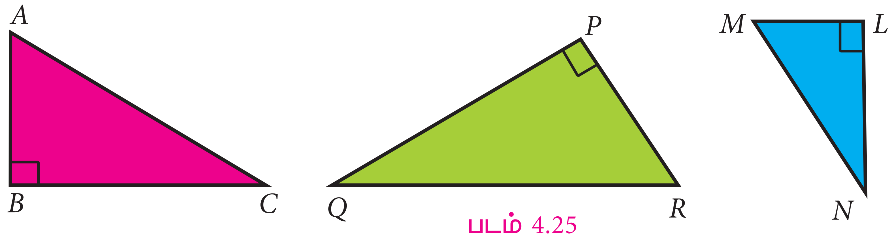
குறிப்பு

முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைச் சரிபார்த்தலுக்கு மேலும் ஒரு கொள்கை உள்ளது. இக்கொள்கையானது கோணம்–கோணம்–பக்கம் என அழைக்கப்படும். இது கோ–ப–கோ கொள்கையைச் சற்றே மாற்றியமைப்பதன் மூலம் கிடைக்கிறது. இதில் இரு கோணங்களும், கோணங்களுக்கு இடையில் அமையாத பக்கமும் பயன்படுத்தப்படும்.

இக்கொள்கையை, "ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்களும், கோணங்களைத் தாங்காத மற்ற ஒரு பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த பாகங்களுக்குச் சமமாக இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்கும்" எனக் கூறுவோம்.

கர்ணம் (Hypotenuse)

நாம், முந்தைய வகுப்பில் செங்கோண முக்கோணத்தைக் கற்றறிந்துள்ளோம். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், ஒரு கோணம் செங்கோணமாகவும் மற்ற இரு கோணங்கள் குறுங்கோணங்களாகவும் அமைந்திருக்கும். பின்வரும் செங்கோண முக்கோணங்களைக் கவனிக்க.



G6H6A3

படம் 4.25

அனைத்து முக்கோணங்களிலும், செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கமே அதிக நீளமுடையதாக உள்ளது. இந்தப் பக்கம் கர்ணம் என அழைக்கப்படும்.

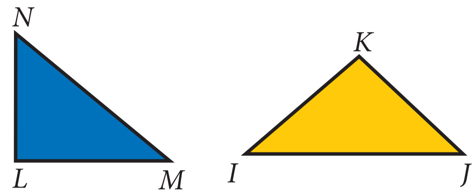
மேற்கண்ட முக்கோணங்களில் AC, QR மற்றும் MN ஆகிய பக்கங்கள், கர்ணமாக அமைந்துள்ளன. கர்ணம் என்பது செங்கோண முக்கோணத்துடன் மட்டும் தொடர்புடையதாகும்.

4. செங்கோணம்–கர்ணம்–பக்கம் கொள்கை (செ–க–ப) (Right Angle – Hypotenuse – Side congruence crieterion (RHS))

இக்கொள்கையானது செங்கோண முக்கோணங்களில் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படும் என்பது தெளிவு.

பின்வரும் இரு செங்கோண முக்கோணங்களை உற்றுநோக்குக.

இவ்விரு முக்கோணங்களிலும் செங்கோணம் பொதுவான கோணம். மேலும் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் கொடுக்கப்பட்டால் ப–கோ–ப கொள்கையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைச் சரிபார்க்க இயலும்.



படம் 4.26

அவ்வாறில்லாமல், செங்கோணத்தை அமைக்கும் ஒரு பக்கமும், கர்ணமும் கொடுக்கப்படும்போது, ஒரு புதிய கொள்கை நமக்குக் கிடைக்கிறது. "ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும், ஒரு பக்கமும் மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் ஒரு பக்கத்திற்கும் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு செங்கோண முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும்."

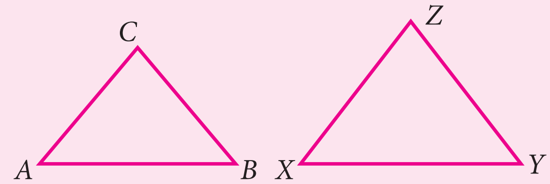
இது செங்கோணம்–கர்ணம்–பக்கம் கொள்கை (செ–க–ப) எனப்படும்.

குறிப்பு

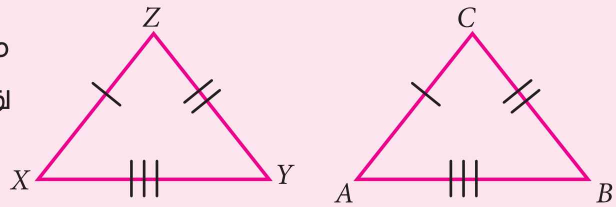
முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மைக்கான முக்கோணங்களின் கொள்கைகளைக் கற்றோம். சர்வசமத் தன்மையைச் சரிபார்த்தலுக்குப் பின்வரும் கொள்கைகள் போதுமானதாக அமையாது. கோணம்–கோணம்–கோணம் (கோ–கோ–கோ) கொள்கையானது முக்கோணங்கள் எப்போதும் சர்வசமம் என்பதை நிரூபிக்காது. இதன் மூலம் முக்கோணங்கள் ஒரே வடிவத்தில் அமையும் என்பதை மட்டுமே அறிய இயலும். ஒரே அளவுடையவை என்பதை அறிய இயலாது. பக்கம்–பக்கம்–கோணம் (அல்லது) கோணம்–பக்கம்–பக்கம் (ப–ப–கோ அல்லது கோ–ப–ப). இக்கொள்கையின் மூலமும் முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையை அறிய இயலாது. இக்கொள்கையில் இரு பக்கங்களும் அப்பக்கங்களில் அமையாத கோணமும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

இவற்றை முயல்க

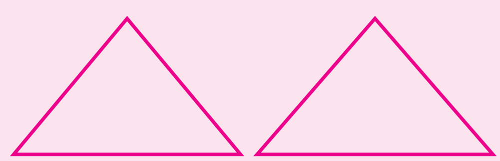
(i) $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ எனில், ஒத்த பக்கங்கள் மற்றும் ஒத்த கோணங்களை எழுதுக.



(ii) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், ஒத்த பாகங்களைக் கண்டுபிடித்து சர்வசமக் கூற்றை எழுதுக.



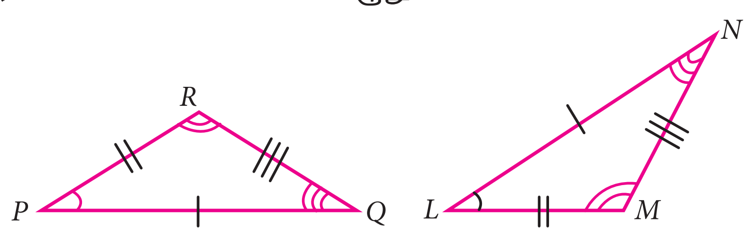
(iii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் சர்வசமத்தை உறுதி செய்வதற்கு மேற்குறிப்பிட்டுள்ள கொள்கைகளின்படி தேவைப்படும் நிபந்தனைகளைக் குறிப்பிடுக. விடைகளுக்குத் தகுந்த காரணத்தைக் குறிப்பிடுக.



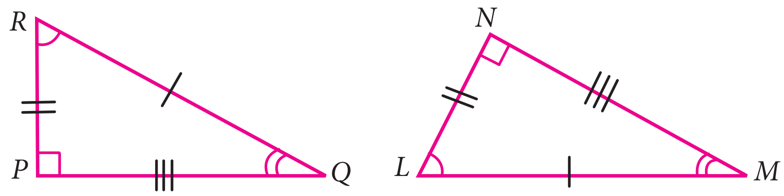
பயிற்சி 4.2

1. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், (i) ஒத்த பக்கங்களை எழுதுக
   (ii) ஒத்த கோணங்களை எழுதுக.

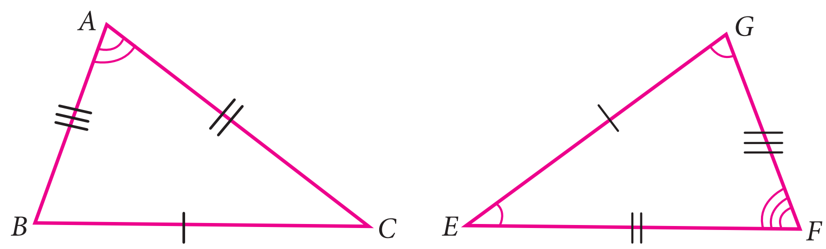
2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் (i) ஒத்த பக்கங்களை எழுதுக (ii) சர்வசமக் கோணங்களை எழுதுக.
   (i)



(ii)



3. $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle EFG$ ஆகியன சர்வசம முக்கோணங்கள் எனில், கொடுக்கப்பட்ட சோடி பக்கங்களும், சோடிக் கோணங்களும் ஒத்தவையா எனக் கூறுக.

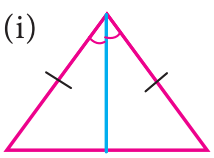


(i) $\angle A$ மற்றும் $\angle G$ (ii) $\angle B$ மற்றும் $\angle E$ (iii) $\angle B$ மற்றும் $\angle G$

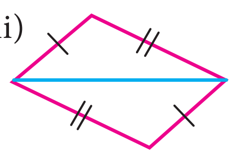
(iv) $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{GF}$ (v) $\overline{BA}$ மற்றும் $\overline{FG}$ (vi) $\overline{EF}$ மற்றும் $\overline{BC}$

4. கொடுக்கப்பட்ட இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களா எனக் கூறுக. விடைக்குத் தகுந்த காரணத்தைக் கூறுக.

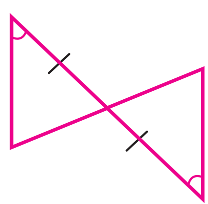
(i)



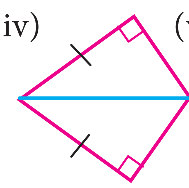
(ii)



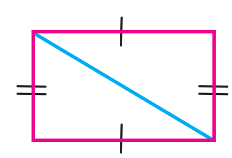
(iii)



(iv)

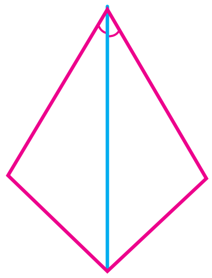


(v)



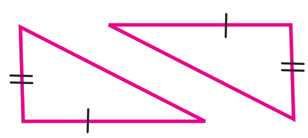
5. கொடுக்கப்பட்ட கொள்கையைப் பயன்படுத்தி சர்வசமத் தன்மையை முடிவு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் விவரத்தைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் குறிக்க.

(i)



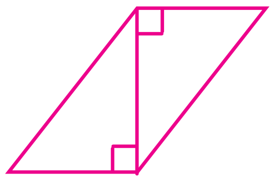
கொள்கை: கோ–ப–கோ

(ii)



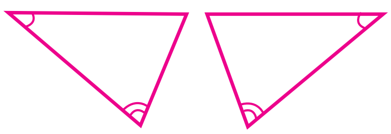
கொள்கை: ப–ப–ப

(iii)



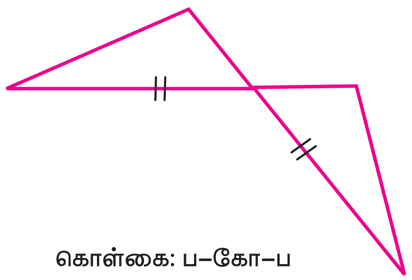
கொள்கை: செ–க–ப

(iv)



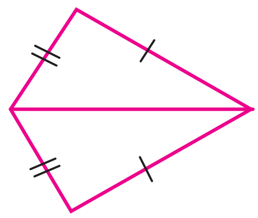
கொள்கை: கோ–ப–கோ

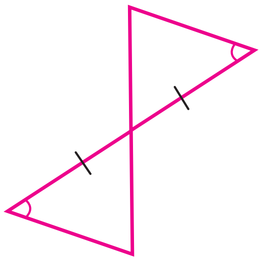
(v)

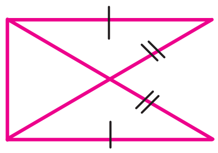


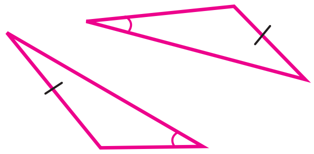
கொள்கை: ப–கோ–ப

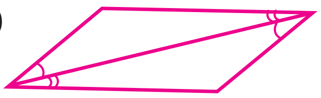
6. பின்வரும் முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையை உறுதி செய்வதற்குப் பயன்படும் கொள்கையைக் குறிப்பிடுக.

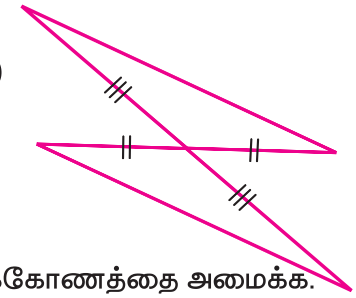
(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)


7. I. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைக் கொண்டு XYZ என்ற முக்கோணத்தை அமைக்க.

(i) $XY = 6.4$ செ.மீ, , $ZY = 7.7$ செ.மீ, மற்றும் $XZ = 5$செ.மீ,

(ii) 7.5 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட சமபக்க முக்கோணம்

(iii) 4.6 செ.மீ அளவை சமபக்கங்களாகக் கொண்டு, 6.5 செ.மீ அளவை மூன்றாவது பக்கமாகக் கொண்ட இருசமபக்க முக்கோணம்.

II. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைக் கொண்டு ABC என்ற முக்கோணத்தை அமைக்க.

(i) $AB = 7$ செ.மீ, $AC = 6.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle A = 120°$.

(ii) $BC = 8$ செ.மீ,, $AC = 6$ செ.மீ மற்றும் $\angle C = 40°$.

(iii) 5 செ.மீ அளவைச் சமபக்கங்களாகக் கொண்ட இருசமபக்க விரிகோண முக்கோணம்.

III. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு PQR என்ற முக்கோணத்தை அமைக்க.

(i) $\angle P = 60°$, $\angle R = 35°$ மற்றும் $PR = 7.8$ செ.மீ

(ii) $\angle P = 115°$, $\angle Q = 40°$ மற்றும்$PQ = 6$ செ.மீ

(iii) $\angle Q = 90°$, $\angle R = 42°$ மற்றும் $QR = 5.5$ செ.மீ

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. இரு தள உருவங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை

(i) சம அளவு உடையவை (ii) சம வடிவம் உடையவை

(iii) சமகோண அளவு உடையவை (iv) சம அளவும் சம வடிவமும் உடையவை

9. பின்வருவனவற்றுள் எது, தள உருவங்களின் சர்வசமத் தன்மையைச் சோதிக்கப் பயன்படுகிறது

(i) நகர்த்தல் முறை (ii) மேற்பொருத்தும் முறை

(iii) பதிலிடும் முறை (iv) நகர்த்திப் பொருத்தும் முறை

10. எந்தக் கொள்கையின்படி இரு முக்கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்களாக அமையா?

(i) ப–ப–ப கொள்கை (ii) ப–கோ–ப கொள்கை

(iii) ப–ப–கோ கொள்கை (iv) கோ–ப–கோ கொள்கை

11. இரு மாணவர்கள் நேர்க்கோட்டுத் துண்டுகளை வரைந்தார்கள். அவை சர்வசமமாக இருப்பதற்கான நிபந்தனை என்ன?

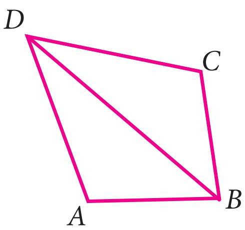
(i) அவை அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி வரையப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

(ii) அவை ஒரே தாளில் வரையப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

(iii) அவை வெவ்வேறு அளவுடையவையாக இருத்தல் வேண்டும்.

(iv) அவை சம அளவுடையவையாக இருத்தல் வேண்டும்.

12. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $AD = CD$ மற்றும் $AB = CB$ எனில், சம அளவு கொண்ட மூன்று சோடிகள் எவை?.



(i) $\angle ADB = \angle CDB$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle DAB = \angle DCB$.

(ii) $AD = AB$, $DC = CB$, $\angle ADB = \angle CDB$.

(iii) $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle ABD = \angle CBD$.

(iv) $\angle ADB = \angle CDB$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle DAB = \angle DBC$.

13. $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle PQR$ இல், $\angle A = 50° = \angle P$, $PQ = AB$ மற்றும் $PR = AC$ எனில், எந்தக் கொள்கையின்படி $\triangle ABC$ உம் $\triangle PQR$ உம் சர்வசமம் ஆகும்?

(i) ப–ப–ப கொள்கை (ii) ப–கோ–ப கொள்கை

(iii) கோ–ப–கோ கொள்கை (iv) செ–க–ப கொள்கை

பயிற்சி 4.3

பல்வகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் $76°$ மற்றும் இரு கோணங்கள் சமமெனில், அக்கோணங்களைக் காண்க.

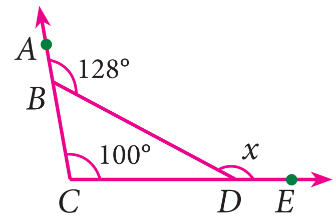
2. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் $46°$ எனில், அது எவ்வகை முக்கோணமாக இருக்கும்?

3. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு கோணமானது மற்ற இரு கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமெனில், அம்முக்கோணத்தைக் குறித்து என்ன கூற இயலும்?

4. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு வெளிக்கோணம் $140°$ மற்றும் அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்கள் சமமெனில், அம்முக்கோணத்தின் அனைத்து உட்கோணங்களையும் காண்க.

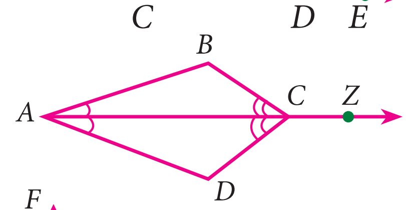
5. $\triangle JKL$ இல் $\angle J = 60°$ மற்றும் $\angle K = 40°$எனில், L வழியாக KL ஐ நீட்டிப்பதால் அமையும் வெளிக்கோணத்தின் அளவைக் காண்க.

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

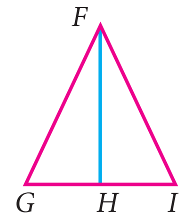


7. $\triangle MNO \cong \triangle DEF$, $\angle M = 60°$ மற்றும் $\angle E = 45°$ எனில், $\angle O$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

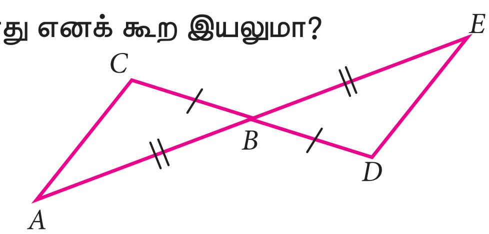
8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் கதிர் AZ ஆனது $\angle BAD$ மற்றும் $\angle DCB$ இன் இருசமவெட்டி எனில், (i) $\triangle BAC \cong \triangle DAC$ (ii) $AB = AD$.



9. படத்தில் $FG = FI$ மற்றும் GI–ன் மையப்புள்ளி H எனில், $\triangle FGH \cong \triangle FHI$ என நிறுவுக.



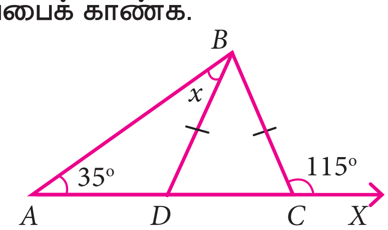
10. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்கள் சர்வசமமா? AC ஆனது DE இக்கு இணையானது எனக் கூற இயலுமா?



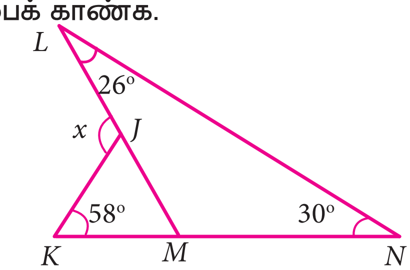
G8K8N9

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

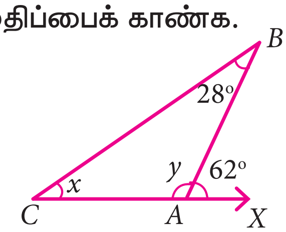
11. படத்தில் $BD = BC$ எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.



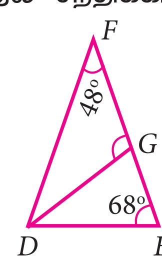
12. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

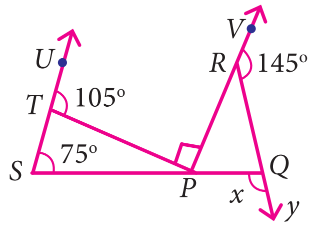
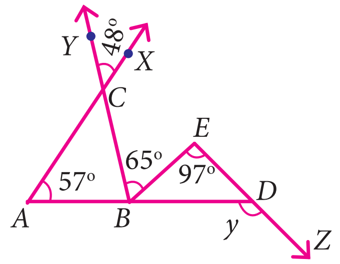


13. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x மற்றும் y இன் மதிப்பைக் காண்க.



14. ΔDEF இல் $\angle F = 48°$, $\angle E = 68°$ மற்றும் $\angle D$ இன் கோண இருசமவெட்டியானது FE ஐ G இல் சந்திக்கிறது. $\angle FGD$ ஐக் காண்க.



15. படத்தில் x இன் மதிப்பைக் காண்க. 	16. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து y இன் மதிப்பைக் காண்க. 

படச்சுருக்கம்

- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°.
- ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் இரு உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் 360°.
- இரு கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்கள் சமம் எனில் அவை சர்வசமம்.
- இரண்டு கோணங்களின் கோண அளவுகள் சமம் எனில், அவை சர்வசமக் கோணங்கள் ஆகும்.
- இரு தள உருவங்களின் ஒத்த பக்கங்களும் ஒத்த கோணங்களும் சமம் எனில் அவை சர்வசமத் தள உருவங்கள் ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவை சர்வசம முக்கோணங்கள். இது ப–ப–ப கொள்கை என அழைக்கப்படும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும், அப்பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த இரு பக்கங்களுக்கும், அவற்றிற்கிடைப்பட்ட கோணத்திற்கும் சமமாக இருந்தால் அம்முக்கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்கள் எனப்படும். இது ப–கோ–ப கொள்கை என அழைக்கப்படும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களும் கோணங்களைத் தாங்கும் பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்த பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவை சர்வசம முக்கோணங்கள். இது கோ–ப–கோ என அழைக்கப்படும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்திற்கு எதிரே அமையும் பக்கம் மிகப் பெரியதாக அமையும். இது கர்ணம் என அழைக்கப்படும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணமும் மற்ற ஏதேனும் ஒரு பக்கமும் மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கு மற்ற ஏதேனும் ஒரு பக்கத்திற்கும் சமம் எனில், அவை சர்வசம முக்கோணங்கள். இது செ–க–ப கொள்கை என அழைக்கப்படும்.

இணையச் செயல்பாடு

படி-1:

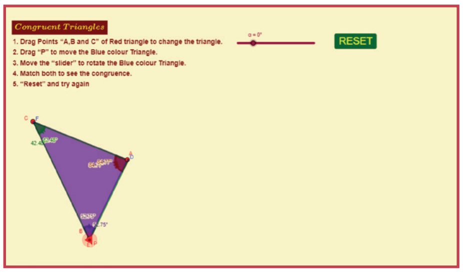
கீழ்க்காணும் உரலி/விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஜியோ ஜீப்ரா இணையப் பக்கத்தில் 'வடிவியல்' என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். "கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு" மற்றும் 'சர்வசம முக்கோணம்' என்னும் இரு செயல்பாடுகள் உள்ளன.

படி-2 :

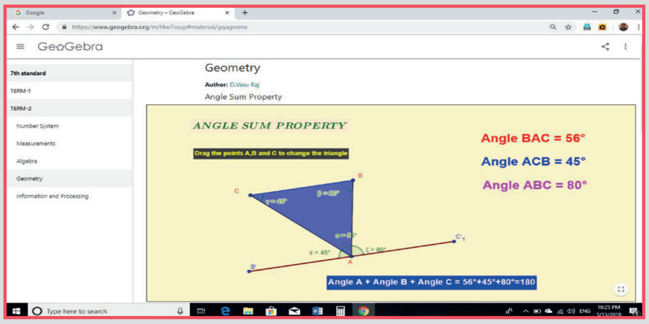
1. கோணங்களின் கூடுதல் பண்புச் செயல்பாட்டில், முனைப்புள்ளிகள் A, B மற்றும் C ஐ இழுத்து, கோண வடிவங்களை மாற்றுக. மேலும் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பை சரிபார்க்க.

2. சர்வசம முக்கோணத்தில் P ஐ இழுப்பதன் மூலம் நீலநிற முக்கோணத்தை நகர்த்தியும் நழுவலைப் பயன்படுத்தியும் சுழற்றி முக்கோணங்களைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

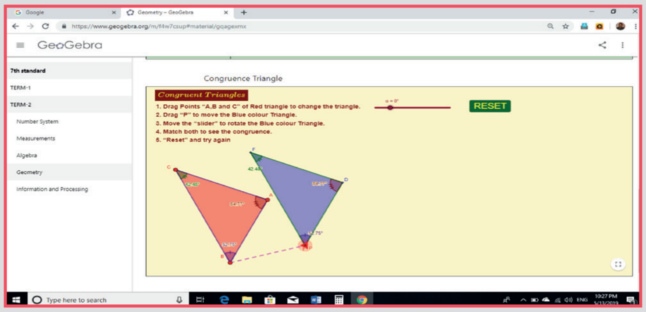
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

வடிவியல் : https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/gqagexmx

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க

B347_7_MATHS_TM

இயல்

5

தகவல் செயலாக்கம்

V2V4X7

கற்றல் நோக்கங்கள்

- ஒரு வடிவமைப்பில் அமைந்துள்ள இரண்டு மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பைக் கண்டறிதல்.
- அட்டவணைப்படுத்துதலின் மூலம் ஒரு வடிவமைப்பினைப் பொதுமைப்படுத்துதல்.
- பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் உள்ள வடிவமைப்புகளின் வகைகளைப் பரிச்சயமாக்குதல்.

5.1 அறிமுகம்

இயற்கையாலும், மனிதராலும் உருவாக்கப்பட்ட பல பொருட்களை நாம் உற்றுநோக்கும்போது அவற்றில் பலவிதமான வடிவமைப்புகளைக் காண முடிகிறது. நாம், இலைகளிலும், மரங்களிலும், பனித்திவலைகளிலும், வானுலகப் பொருட்களின் அசைவுகளிலும் எனப் பல்வேறு இடங்களிலும் அமைப்புகளைக் காணலாம். மேலும், மனிதரால் உருவாக்கப்படும் கட்டமைப்புகள், கட்டிடங்கள், ஆடை வடிவமைப்புகள், பல வண்ணக் கட்டமைப்புகள் போன்ற பல்வேறு பொருட்களிலும் பல விதமான வடிவமைப்புகளைக் காண்கிறோம். இவ்வாறான தொடர்ச்சியான அமைப்புகளைப் பற்றி மேலும் தெரிந்துகொள்வது மகிழ்ச்சியையும், ஆர்வத்தையும் தருகின்றது. இவ்வடிவமைப்புகள் கணிதத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது மிகவும் ஆச்சரியப்படக் கூடியதாக உள்ளது.

கீழ்வரும் சூழ்நிலைகளிலிருந்து எவ்வாறு வடிவமைப்புகள் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளன என்பதை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் அறிந்துகொள்ளலாம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்



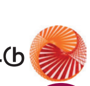
பனித்திவலைகளில் ஆறுமுக அமைப்புகள்



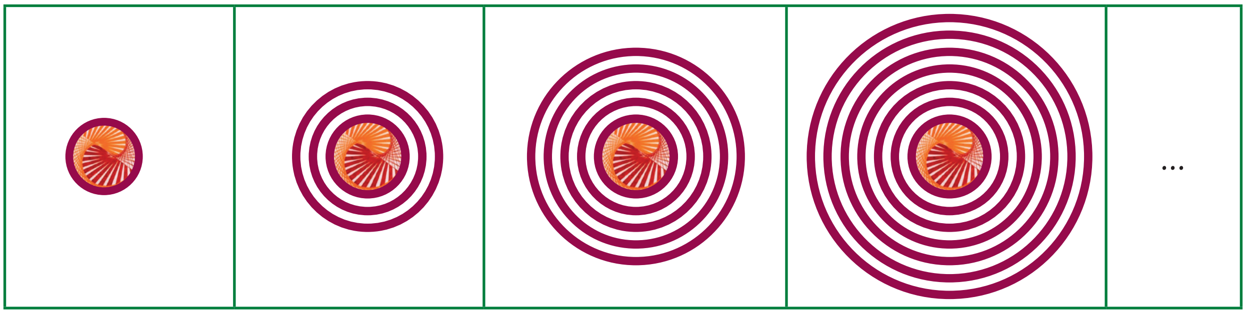
துணிகளில் வடிவமைப்புகள்

5.2 அட்டவணைப்படுத்துதல் மூலம் அமைப்புகளின் நேரிய சமன்பாட்டினைப் பெறுதல் (Tables and Patterns Leading to Linear Functions)

சூழ்நிலை 1

பின்வரும் வடிவமைப்பை உற்றுநோக்கவும். ஒரு வட்ட வடிவ வட்டு  உள்ளதாகக் கருதுவோம். அதனைச் சுற்றிச் சம அளவுள்ள வட்ட வளையங்களை வரையவும் . கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவமைப்பு கிடைக்கும் வரை தொடர்ந்து வரையவும்.

7th_Maths_T2_TM_Chp5_1.indd 96 05-07-2019 18:13:07



படம் 5.1

நாம் மேற்கண்ட வடிவமைப்பினைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

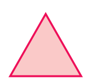
இங்கு x என்பது படிநிலைகளின் எண்ணிக்கைகளையும் y என்பது வட்ட வளையங்களின் எண்ணிக்கைகளையும் குறிக்கிறது.

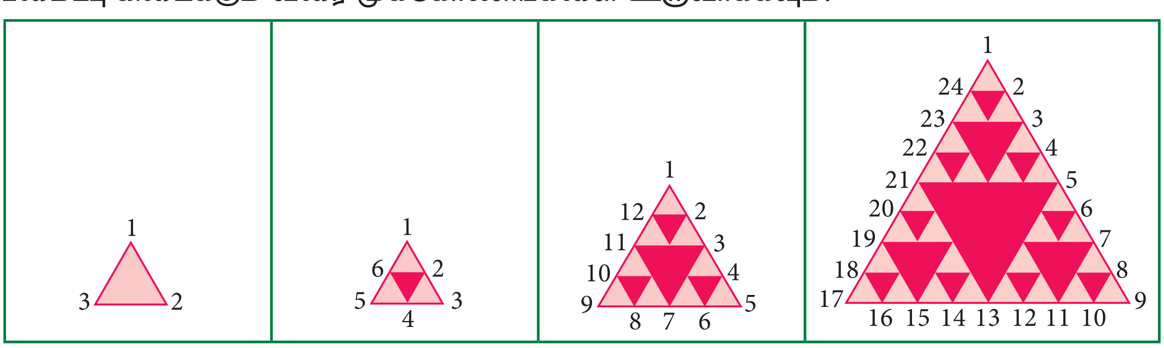
படிநிலைகளின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	3	4	…
வட்ட வளையங்களின் எண்ணிக்கை (y)	1	3	5	7	…

அட்டவணை மூலம் படிநிலைகளின் வரிசை எண்ணிக்கைகளுக்கும் வட்ட வளையங்களின் எண்ணிக்கைகளுக்கும் இடையிலான தொடர்பினைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

எனவே, x மற்றும் y மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பை $y = 2x - 1$ எனப் பொதுமைப்படுத்தலாம்.

சூழ்நிலை 2

ஏதேனும் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை  எடுத்துக்கொள்ளவும். முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளைக் குறித்து, அவற்றை இணைப்பதன் மூலம் நான்கு சமபக்க முக்கோணங்களை  உருவாக்குக. இதேபோல, தொடர்ந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவமைப்பு கிடைக்கும் வரை முக்கோணங்களை உருவாக்கவும்.



மேற்கண்ட முக்கோண வடிவமைப்பினை, ஓர் அட்டவணை வடிவத்தில் மாற்றியமைக்கலாம்.

படிநிலைகளின் எண்ணிக்கைகளுக்கும் முக்கோணங்களின் உச்சிகளின் எண்ணிக்கைகளுக்கும் இடையிலான தொடர்பினை அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

இங்கு, x என்பது படிநிலைகளின் எண்ணிக்கைகளையும் y என்பது முக்கோண உச்சிகளின் எண்ணிக்கைகளையும் குறிக்கிறது.

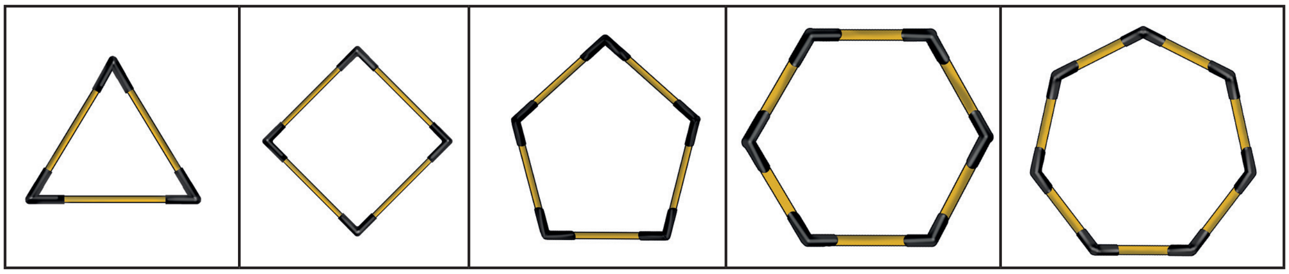
படிநிலைகளின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	3	4	...
முக்கோண உச்சிகளின் எண்ணிக்கை (y)	$3\times2^0=3$	$3\times2^1=6$	$3\times2^2=12$	$3\times2^3=24$	...

எனவே, x மற்றும் y மாறிகளுக்கிடையேயான தொடர்பை $y=3\times\left(2^{x-1}\right)$ எனப் பொதுமைப்படுத்தலாம்.

மேற்கண்ட சூழ்நிலைகளிலிருந்து, ஒரே விதமான அமைப்பினைத் தொடர்ச்சியாக வடிவமைக்கும்போது அதன் பண்புகள் மாறுபடுவதில்லை என்பதைப் புரிந்துகொள்ள முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.1

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிப்பதன் மூலம் பலகோண அமைப்புகள் உருவாகின்றன.



படம் 5.2

இதனைத் தொடர்ந்து வரும் மூன்று பலகோண வடிவங்களை வடிவமைப்பதற்கு எத்தனை தீக்குச்சிகள் தேவைப்படும் என்பதைக் கண்டறிந்து அட்டவணை மூலம் பொதுமைப்படுத்தவும்.

தீர்வு

மேற்கண்ட பலகோண வடிவமைப்பில், முதல் வடிவம் $(x=1)$ முக்கோணமாகவும், இரண்டாவதாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவம் $(x=2)$ ஒரு நாற்கரமாகவும் மூன்றாவது வடிவம் $(x=3)$ ஓர் ஐங்கோணமாகவும் அமைந்துள்ளது. இதேபோல் தொடர்ந்து மேலும் இரு வடிவங்கள் உருவாகின்றன. ஒவ்வொரு வடிவத்தையும் உருவாக்கப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கைகளை y என்று எடுத்துக்கொண்டு, x மற்றும் y இன் மதிப்புகள் கீழுள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

x	1	2	3	4	5	...
y	3	4	5	6	7	...

அட்டவணையினை உற்றுநோக்குக. x மற்றும் y இக்கு இடையேயான தொடர்பைப் பின்வருமாறு பட்டியலிடுக :

$x=1$ எனில், $y=3=1+2$

$x=2$ எனில், $y=4=2+2$

$x=3$ எனில், $y=5=3+2$

$x=4$ எனில், $y=6=4+2$

$x=5$ எனில், $y=7=5+2$

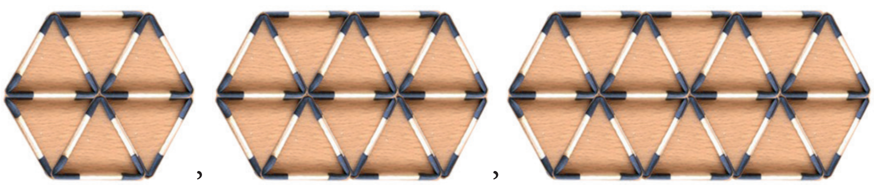
எனவே, அட்டவணையின் மூலம் நாம் அறிவது, x இன் மதிப்பை விட y இன் மதிப்பு 2 கூடுகிறது. அதாவது, $y = x + 2$. ஆகவே,

6 வது வடிவம் $(x = 6)$, $y = 8 = 6+2$ தீக்குச்சிகளைக் கொண்டிருக்கும்.
7 வது வடிவம் $(x = 7)$, $y = 9 = 7+2$ தீக்குச்சிகளைக் கொண்டிருக்கும்.
8 வது வடிவம் $(x = 8)$, $y = 10 = 8+2$ தீக்குச்சிகளைக் கொண்டிருக்கும்.

இதிலிருந்து அடுத்த மூன்று வடிவங்களுக்கு 8, 9, 10 தீக்குச்சிகள் தேவைப்படும்.

செயல்பாடு

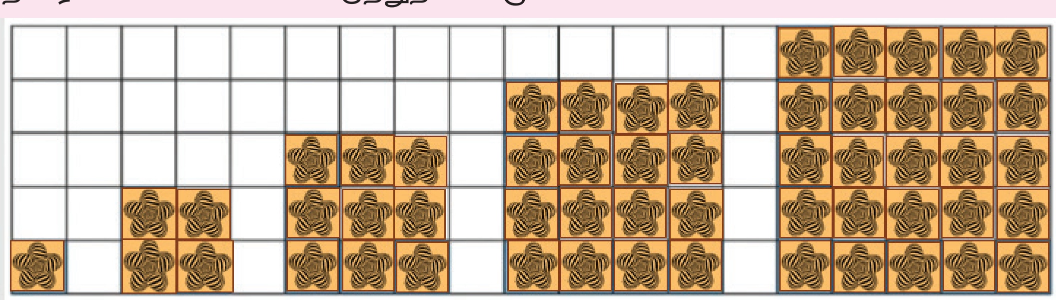
கீழுள்ள அமைப்பை உற்று நோக்குக. மேலும் மூன்று படிநிலைகளுக்கு அமைப்பைத் தொடர்க.


, ____ , ____ , ____ .

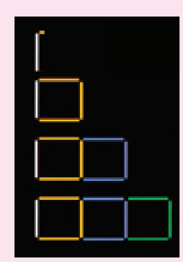
x என்பது படிநிலைகளின் எண்ணிக்கையையும் y என்பது வடிவத்தின் அமைப்பை உருவாக்கத் தேவைப்படும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கிறது என்க. x மற்றும் y இன் மதிப்புகளைப் பட்டியலிட்டு $y = 7x+5$ என்ற தொடர்பைச் சரிபார்க்கவும்.

இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x என்பது படிநிலைகளின் எண்ணிக்கையையும், y என்பது வடிவங்களின் பரப்பளவையும் குறிக்கிறது எனில், x மற்றும் y இக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை அட்டவணைப்படுத்துதலின் மூலம் காண்க.



2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x என்பது படிநிலைகளின் எண்ணிக்கையையும், y என்பது வடிவங்களை அமைக்கப் பயன்படுத்தப்பட்ட தீக்குச்சிகளையும் குறிக்கிறது எனில், x மற்றும் y இன் மதிப்புகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை அட்டவணைப்படுத்துதலின் மூலம் காண்க.

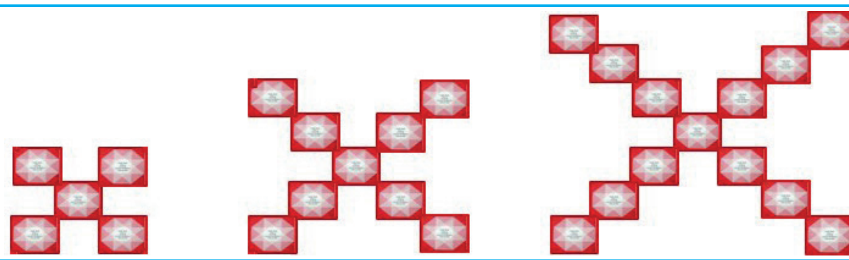
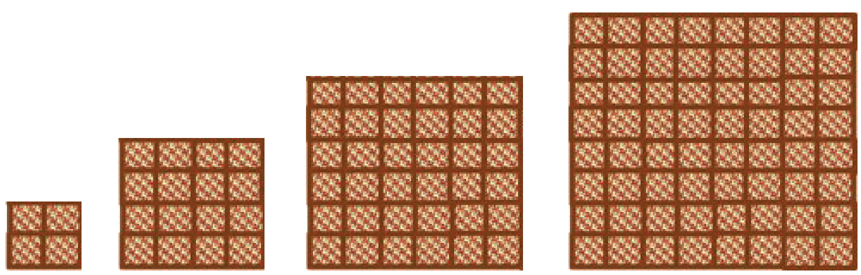
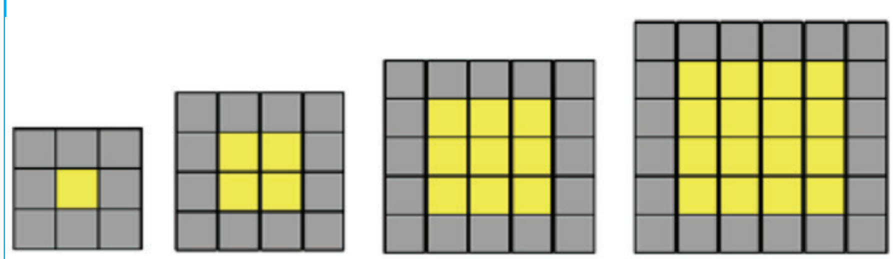
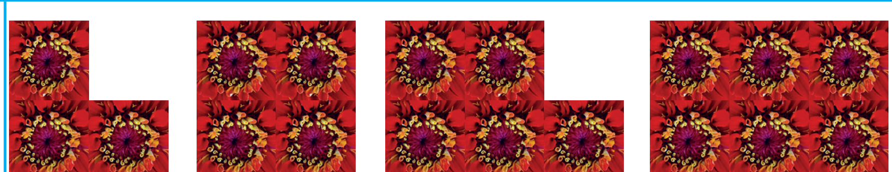


3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையினை உற்றுநோக்கி, x மற்றும் y இன் மதிப்புகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறிக. மேலும் $x = 8$ எனில், y இன் மதிப்பினைக் காண்க.

x	–2	–1	0	1	2	8	...
y	–4	–2	0	2	4	?	...

பயிற்சி 5.1

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவமைப்புகளையும் தொடர்புடைய எண் அமைப்பு மற்றும் பொதுமைப்படுத்தலையும் பொருத்துக.

(i)		a) தொடர்வரிசை 5,9,13,17… பொது அமைப்பு: $y = 4n+1$
(ii)		b) தொடர்வரிசை 3,4,5,6,… பொது அமைப்பு: $y = x+2$
(iii)		c) தொடர்வரிசை 1,4,9,16… பொது அமைப்பு: $y = n^2$
(iv)		d) தொடர்வரிசை 2,4,6,8… பொது அமைப்பு: $y = 2n$
(v)		e) தொடர்வரிசை 4,16,36,64… பொது அமைப்பு: $y = 4n^2$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையின் மூலம் x மற்றும் y இன் மதிப்புகளுக்கிடையேயான சரியான தொடர்பைக் காண்க.

x	1	2	3	4	…
y	4	8	12	16	…

(i) $y = 4x$ (ii) $y = x + 4$ (iii) $y = 4$ (iv) $y = 4 \times 4$

3. பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கிடையே உள்ள சரியான தொடர்பை அடையாளம் காண்க.

x	-2	-1	0	1	2	...
y	6	3	0	-3	-6	...

(i) $y = -2x$ (ii) $y = +2x$ (iii) $y = +3x$ (iv) $y = -3x$

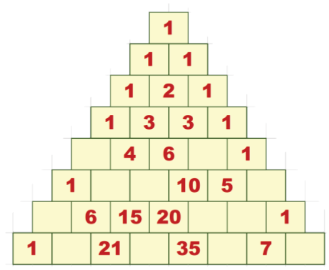
5.3 பாஸ்கல் முக்கோணம் (Pascal's Triangle)

பிரபலப் பிரஞ்சு கணிதவியலாளரும் மற்றும் தத்துவஞானியுமான ப்லேஸ் பாஸ்கலினால் (Blaize Pascal) உருவாக்கப்பட்டுள்ள பாஸ்கல் முக்கோணம் என்பது எண்களின் முக்கோணமாகும். இந்த பாஸ்கல் முக்கோணத்தின் எண் அமைப்பானது பல்வேறு வகையான எண் அமைப்புகளை அறிந்து கொள்வதற்கு நிறைய வாய்ப்புகளை வழங்குகின்றன.

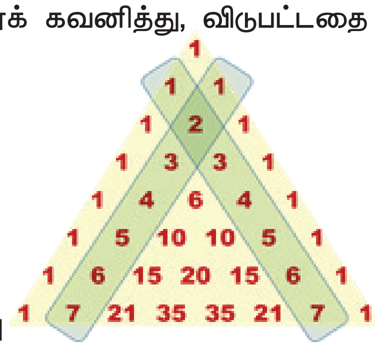
J8I3Z6

செயல்பாடு

1. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் வரிசைகளின் எண் அமைப்பை உற்றுக் கவனித்து விடுபட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.



2. முழுவதும் நிரப்பப்பட்ட மேலுள்ள பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் உள்ள சாய்வு வரிசைகளை நகர்த்துவதன் மூலம் ஏற்படும் தொடரைக் கவனித்து, விடுபட்டதை நிரப்புக. ஒன்று உங்களுக்காக செய்யப்பட்டுள்ளது.



(i) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
(ii) 1, 3, ___, ___, ___, ___.
(iii) 1, ___, ___, ___, ___.
(iv) ___, ___, ___, ___.

3. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் 3 வது மற்றும் 4 வது சாய்வு வரிசையில் அடுத்தடுத்து வரும் எண்களுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டறிந்து விடுபட்டதை நிரப்புக.

(i)

3வது சாய்வு வரிசை	1	3	6	10	15	21
பொது வித்தியாசம்	2	___	4	___	6	

(ii)

4வது சாய்வு வரிசை	1	4	10	20	35
பொது வித்தியாசம்	3	___	10	___	

எடுத்துக்காட்டு 5.2

பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் 3 வது சாய்வு வரிசையில் x என்பது எண் அமைந்துள்ள இடத்தையும், y என்பது அந்த எண்களையும் குறிக்கிறது எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுபோல் அட்டவணைப்படுத்தினால் $y=\frac{x(x+1)}{2}$ என்பதைக் கீழுள்ள அட்டவணை மதிப்புகளுக்குச் சரிபார்த்து நிரூபிக்கவும்.

x	1	2	3	4	5	6	...
y	1	3	6	10	15	21	...

தீர்வு

அட்டவணையினை உற்றுநோக்கவும். x இன் மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டு உரிய y இன் மதிப்புகளை பெறுவதின் மூலம் அவற்றிற்கிடையையான தொடர்பினைச் சரிபார்க்கவும்.

$x=1$ எனில், $y=\frac{1(1+1)}{2}=\frac{2}{2}=1$

$x=2$ எனில், $y=\frac{2(2+1)}{2}=\frac{6}{2}=3$

$x=3$ எனில், $y=\frac{3(3+1)}{2}=\frac{12}{2}=6$

$x=4$ எனில், $y=\frac{4(4+1)}{2}=\frac{20}{2}=10$

$x=5$ எனில், $y=\frac{5(5+1)}{2}=\frac{30}{2}=15$

எனவே, $y=\frac{x(x+1)}{2}$ என்பது நிரூபிக்கப்பட்டது.

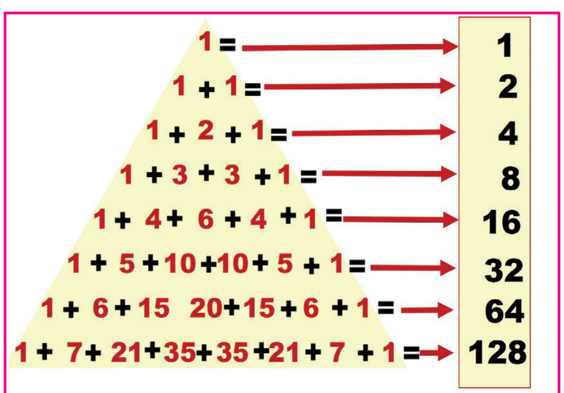
சிந்திக்க

அடுத்தடுத்த இரண்டு x மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகையின் பாதியானது y இன் மதிப்பாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5.3 பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் ஒவ்வொரு வரிசையிலுள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை ஓர் அமைப்பை ஏற்படுத்துமா?

தீர்வு

ஒவ்வொரு வரிசையும் அந்தந்த வரிசையில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன :



நாம் உற்றுநோக்கினால் ஒவ்வொரு வரிசையில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையும் 2 இன் அடுக்குகளாக அமைந்துள்ளதை அறிய முடிகிறது.

முதல் வரிசை $=2^{1-1}=1$

2ஆம் வரிசை $=2^{2-1}=2\times 1=2$

3ஆம் வரிசை $=2^{3-1}=2\times 2=4$

4ஆம் வரிசை $=2^{4-1}=2\times 2\times 2=8$

5ஆம் வரிசை $=2^{5-1}=2\times 2\times 2\times 2=16$

6ஆம் வரிசை $=2^{6-1}=2\times 2\times 2\times 2\times 2=32$

7ஆம் வரிசை $=2^{7-1}=2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2=64$

8ஆம் வரிசை $=2^{8-1}=2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2=128$

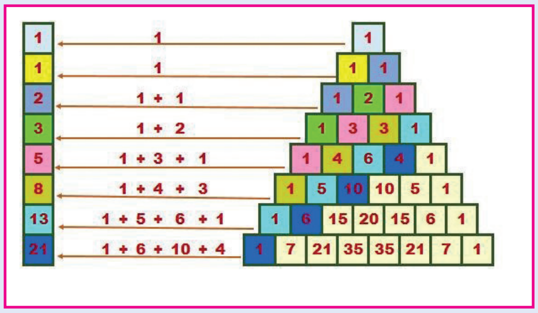
இங்கு x என்பதை வரிசைகளின் எண்ணிக்கையாகவும், y என்பதை வரிசையில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையாகவும் எடுத்துக்கொண்டு கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	...
y	1	2	4	8	16	32	64	128	...

x மற்றும் y இக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு $y = 2^{x-1}$ என்பதாகும்.

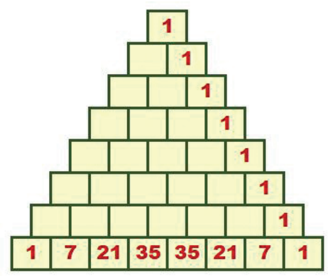
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் சாய்வு வரிசைகளில் ஒரே வண்ணத்தில் வண்ணமிடப்பட்ட எண்களின் கூட்டுத்தொகையை உற்று நோக்குக. கிடைக்கும் எண் தொடர் வரிசை **பிபோனஸி தொடர்வரிசை** என்று அழைக்கப்படும்.

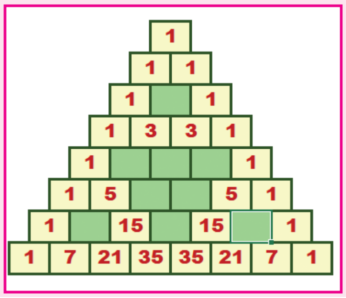


இவற்றை முயல்க

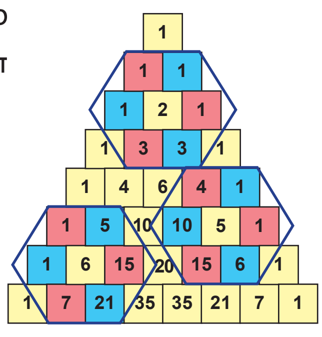
1. முன்னர் கொடுக்கப்பட்ட பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் உள்ள சாய்வு வரிசை எண்களை உற்று நோக்கி அமைப்பைக் கண்டறிந்து விடுபட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.



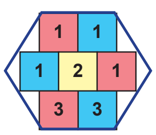
2. கொடுக்கப்பட்ட பாஸ்கல் முக்கோணத்தை நிரப்புக. நீங்கள் நிரப்பிய எண்களுக்கான பொதுவான பண்பினைக் கண்டறிந்து சூழ்நிலை 2 இல் குறிப்பிடப்பட்ட அமைப்போடு ஒப்பிட்டுப் பார்த்து விவாதிக்கவும்.



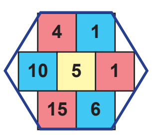
எடுத்துக்காட்டு 5.4 பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் எந்த ஓர் அறுங்கோண வடிவ எண்களையும் ஒன்றுவிட்டு ஒன்று பெருக்கினால் ஒரே விடைதான் வரும் என்பதைத் தரப்பட்டுள்ள 3 விதமான அறுங்கோண வடிவில் உள்ள எண்களைக் கொண்டு சரிபார்க்க.



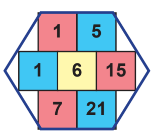
(i)



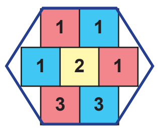
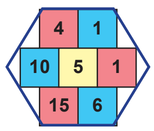
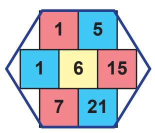
(ii)



(iii)



தீர்வு

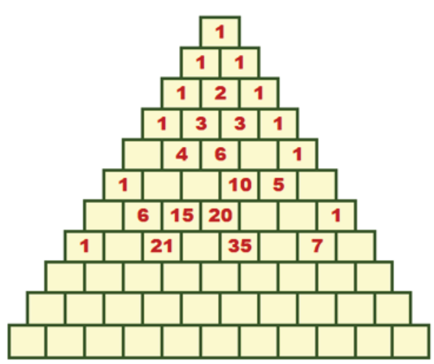
வ. எண்	அருங்கோண வடிவம்	ஒன்றுவிட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகை	மற்றொரு ஒன்றுவிட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகை
(i)		$1\times1\times3=3$	$3\times1\times1=3$
		இரண்டு பெருக்குத் தொகையும் சமம்	
(ii)		$1\times6\times10=60$	$1\times15\times4=60$
		இரண்டு பெருக்குத் தொகையும் சமம்.	
(iii)		$1\times5\times21=105$	$1\times15\times7=105$
		இரண்டு பெருக்குத் தொகையும் சமம்.	

சிந்திக்க

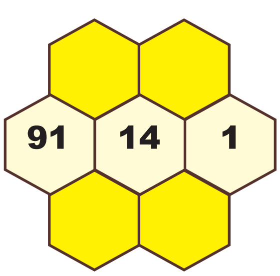
1, 3, 6, 10... என்ற எண்கள் முக்கோணங்களை உருவாக்குகின்றன. ஆகவே, அவை முக்கோண எண்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. எப்படி?

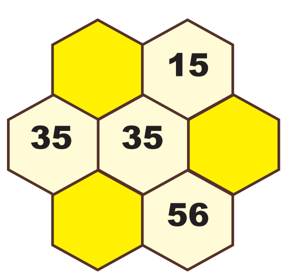
பயிற்சி 5.2

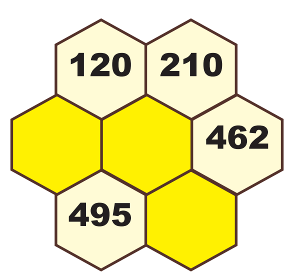
1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பாஸ்கல் முக்கோணத்தை நிரப்புக.

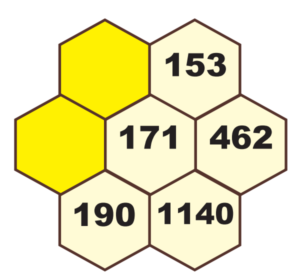


2. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் இருந்து பின்வரும் அறுங்கோண வடிவங்கள் எடுக்கப்பட்டுள்ளன எனில், அவற்றில் விடுபட்டுள்ள எண்களை நிரப்புக.

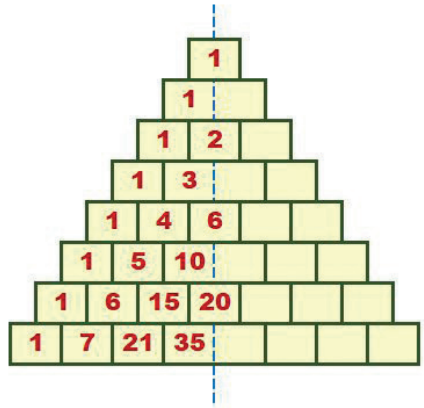








3. 1, 2, 6, 20 ஆகிய எண்களை இணைக்கும் கோட்டைச் சமச்சீர் அச்சாகக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ள பாஸ்கல் முக்கோணத்தை நிரப்புக.



கொள்குறி வகை வினாக்கள்

4. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் 6 வது வரிசை யாது?

(i) 1,5,10,5,1 (ii) 1,5,5,1 (iii) 1,5,5,10,5,5,1 (iv) 1,5,10,10,5,1

5. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் 5 வது சாய்வு வரிசையில் உள்ள அடுத்தடுத்த உறுப்புகளின் பொது வித்தியாசம்

(i) 3,6,10,… (ii) 4,10,20,… (iii) 1,4,10,… (iv) 1,3,6,…

6. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் 9 வது வரிசையில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?

(i) 128 (ii) 254 (iii) 256 (iv) 126

பயிற்சி 5.3

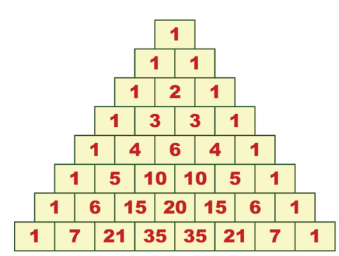
பல்வகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையின் மூலம் x மற்றும் y இன் மதிப்புகளுக்கு இடையேயான சரியான தொடர்பைத் தேர்ந்தெடுக்க.

x	-2	-1	0	1	2	...
y	4	5	6	7	8	...

(i) $y = x+4$ (ii) $y=x+5$ (iii) $y=x+6$ (iv) $y=x+7$

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் முக்கோண எண்களைக் கண்டறிந்து வண்ணமிடுக.

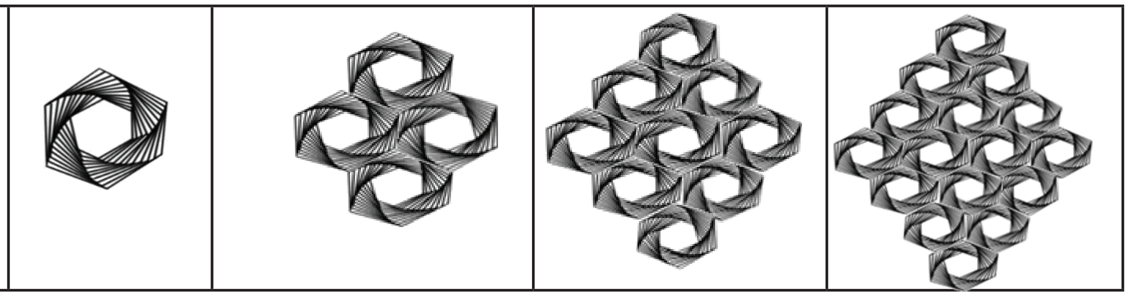


3. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் மூன்றாவது சாய்வு வரிசையின் முதல் 5 எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கத்தையும் எழுதுக. இதன் மூலம் நீங்கள் என்ன அறிந்துகொள்கிறீர்கள் ?

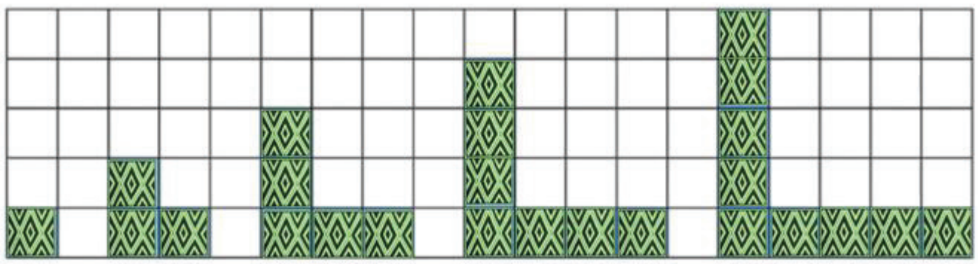
மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவமைப்பினைக் கொண்டு x மற்றும் y இன் மதிப்புகளுக்கான சரியான தொடர்பைக் கண்டறிந்து பட்டியலிடுக.

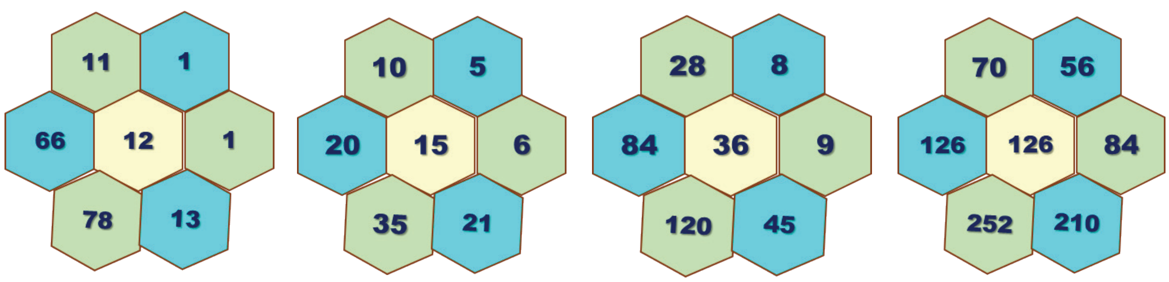
(i)



(ii)



5. பின்வரும் அறுங்கோண வடிவங்கள் பாஸ்கல் முக்கோணத்தின் பகுதியாக அமையுமா என்று சோதிக்க.



R4H2W8

இணையச் செயல்பாடு

படி-1:

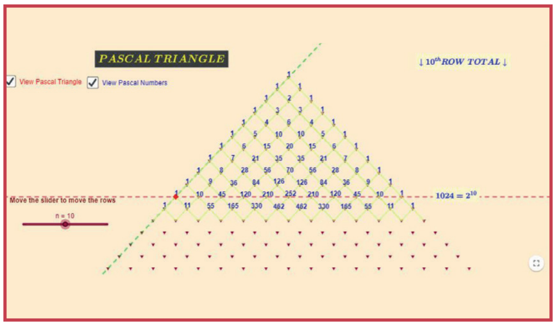
கீழ்க்காணும் உரலி/விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஜியோ ஜீப்ரா இணையப் பக்கத்தில் 'தகவல் செயலாக்கம்' என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். "பாஸ்கல் முக்கோணம்" மற்றும் 'வரிசை அமைப்புகள்–வேடிக்கையாகக் கற்றுக்கொள்ளுங்கள்' போன்ற இரண்டு செயல்பாடுகள் உள்ளன.

படி-2 :

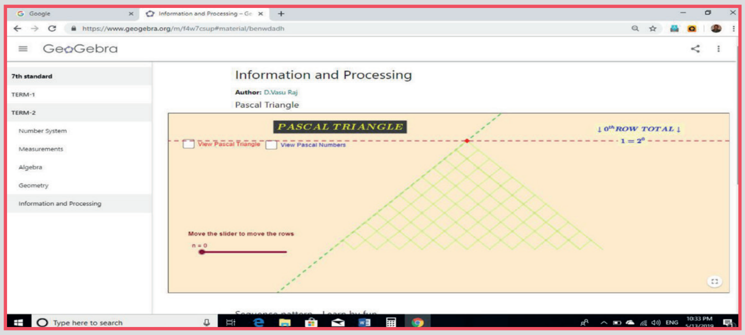
1. பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் நழுவலை நகர்த்தி ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உருட்டி மற்றும் அந்த வரிசையின் கூடுதலைச் சரிபார்த்தல்.

2. வரிசை அமைப்பில், a, n, i முதலான ஒவ்வொரு நழுவலையும் நகர்த்தி அமைப்பை உருவாக்குக.

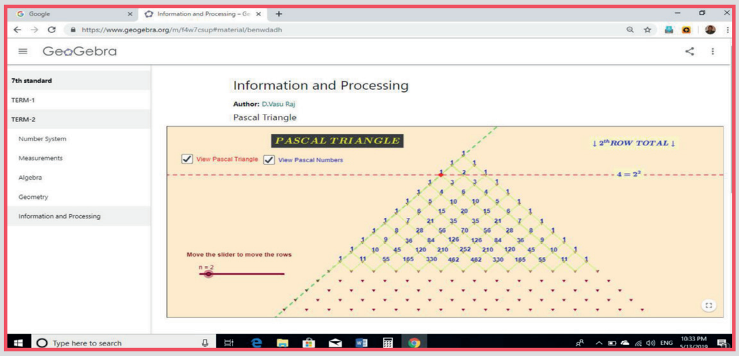
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

தகவல் செயலாக்கம் : https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/benwdadh

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

B347_7_MATHS_TM

விடைகள்

1. எண்ணியல்

பயிற்சி 1.1

1. (i) 12.2 (ii) 21.3 2. (i) 0.5 செமீ (ii) 0.9 செமீ (iii) 4.2 செமீ (iv) 8.9 செமீ (v) 37.5 செமீ

3. (i) 0.16 மீ (ii) 0.07 மீ (iii) 0.43 மீ (iv) 6.06 மீ (v) 2.54 மீ

4. (i) $30+7+\frac{3}{10}$ (ii) $600+50+8+\frac{3}{10}+\frac{7}{100}$

(iii) $200+30+7+\frac{6}{10}$ (iv) $5000+600+70+8+\frac{3}{10}+\frac{5}{100}+\frac{8}{1000}$

5. (i)

ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
5	3	6	1

; $\frac{6}{10}$

(ii)

நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
2	6	3	2	7	1

; $\frac{2}{10}$

(iii)

ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
1	7	3	9

; $\frac{9}{100}$

(iv)

ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
9	6	5	7

; $\frac{5}{100}$

(v)

ஆ	நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
4	9	7	2	0	6	8

; $\frac{8}{1000}$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. (iv) ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள் 7. (ii) 1000 8. (iii) 30.043 9. (ii) 2.64

பயிற்சி 1.2

1. (i) 2 (ii) 7 (iii) 0,3 (iv) 6, 0, 5

2. (i) 801.562 (ii) 932.056 (iii) 47.509 (iv) 503.007

(v) 680.310 (vi) 109.908

3.(i)

ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
2	5	1	7	8

(ii)

ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
0	0	2	5

(iii)

நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
4	2	8	0	0	1

(iv)

நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
1	7	3	1	7	8

(v)

ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
1	9	5	4

4. (i) 21.237 (ii) 3.845 (iii) 6.009 (iv) 956.03 (v) 0.631

5. (i) 0.3 (ii) 3.5 (iii) 3.6 (iv) 1.5
   (v) 0.8 (vi) 0.99 (vii) 3.76

6. (i) $\frac{25}{10}$ (ii) $\frac{64}{10}$ (iii) $\frac{75}{100}$ 7. (i) $\frac{117}{50}$ (ii) $\frac{9}{50}$ (iii) $\frac{89}{25}$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8.(iv) 3.049 9.(iv) 0.6 10.(iii) $\frac{7}{20}$

பயிற்சி 1.3

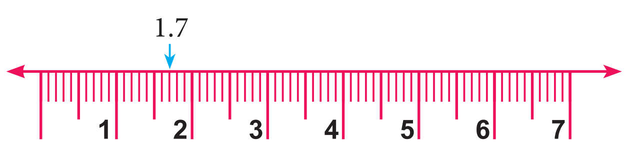
1. (i) 2.08 (ii) 0.99 (iii) 3.35 (iv) 5.05 (v) 12.35
2. (i) 2.35, 2.53, 3.25, 3.52, 5.32 (ii) 123.45, 123.54, 125.3, 125.34, 125.43
3. (i) 24.5 (ii) 6.95 (iii) 17.8 (iv) 235.48
   (v) 0.07 (vi) 4.578
4. (i) 73.51, 71.53, 51.73, 37.51, 17.35 (ii) 745.63, 563.47, 546.37, 457.71, 456.73

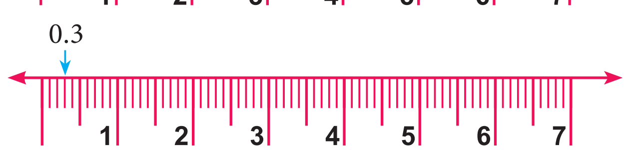
கொள்குறி வகை வினாக்கள்

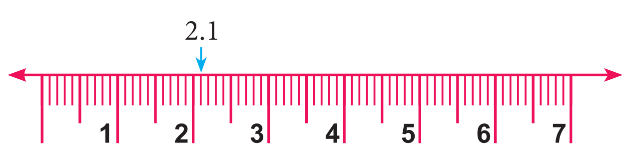
5. (iii) 0.00900 6. (i) = 7.(i) <

பயிற்சி 1.4

1. P(3.6), Q(1.3), R(6.8), S(4.2)

2. (i)


(ii)


(iii)


3. (i) 3 மற்றும் 4 (ii) 2 மற்றும் 3 (iii) 0 மற்றும் 1
4. (i) 3.2 (ii) 6.5 (iii) 2.1
5. (i) 25.03 (ii) 7.01 (iii) 5.6

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. (iii) 1 மற்றும் 2 7. (i) 4.5

பயிற்சி 1.5

1. (i)

நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
2	4	7	3	6

Answers T II TM.indd 109 04-07-2019 17:01:17

(ii)

நூ	ப	ஒ	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
1	3	2	1	0	5

2. (i) 305.792　(ii) 1432.67　3. (i) 0.888　(ii) 23.915

4. வெற்றியாளர் C (15.6 வி)　5. (i) $\frac{117}{5}$　(ii) $\frac{46301}{1000}$

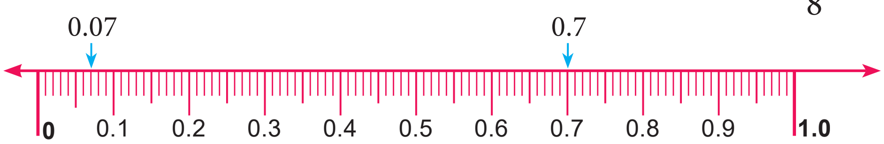
6. (i) 0.256 கி.மீ　(ii) 4.567 கி.மீ　7. மாணவர்கள்=0.52; மாணவிகள்=0.48

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

8. (i) ₹809.99　(ii) ₹147.70　9. (i) 13.28 மீ　(ii) 4.19 மீ

10.(i) 8.30 மீ　(ii) 24.200 கி.மீ

11. (i) 0.0023　(ii) 4.21　(iii) 3.7　12. (i) $\frac{17}{8}$　(ii) $\frac{1}{2000}$

13.


14. (i) நான்கு மற்றும் ஒன்பது பத்தில் ஒன்றுகள்　(ii) இருநூற்று இருபது
(iii) ஏழு பத்தில் ஒன்றுகள்　(iv) எண்பத்தாறு மற்றும் மூன்று பத்தில் ஒன்றுகள்

15.(i) 0 மற்றும் 1　(ii) 3 மற்றும் 4　(iii) 3 மற்றும் 4　(iv) 2 மற்றும் 3
(v) 1 மற்றும் 2　(vi) 1 மற்றும் 2　16. 0.1 கி.மீ

2. அளவைகள்

பயிற்சி 2.1

1. (i) $d = 30$ செமீ; $c = 94.28$ செமீ (ii) $r = 280$ செமீ; $d = 560$ செமீ　(iii) $r = 12$ மீ; $c = 75.42$ m

2. (i) 220 செமீ　(ii) 176 மீ　(iii) 88 மீ

3. (i) 308 செமீ　(ii) 572 மிமீ　4. 13.2 மீ　5. 660 மீ

6. 4400 மீ　7. 30　8. ₹59,400

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. (i) $2\pi r$ அலகுகள்　10. (iv) ஆரம்　11. (i) 41 செமீ

12. (ii) அதன் விட்டத்தைப்போல் மூன்று மடங்கு

பயிற்சி 2.2

1. 8662.5 செமீ^{2}　2. 3.581 மீ^{2}　3. $r = 21$ செமீ; $d = 42$ செமீ　4. 9856 செமீ^{2}

5. 75.46 மீ^{2}　6. $r = 28$ மீ　7. 12474 செமீ^{2}　8. ₹282975　9. ₹2772

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

10. (ii) πr^2　11. (i) 2:1　12. (iv) πn^2

பயிற்சி 2.3

1. 2200 செமீ^{2}　2. 1386 மீ^{2}　3. 9944 செமீ^{2}　4. ₹95700　5. 1200 மீ^{2}　6. 60 மீ^{2}

7. 4.96 மீ^{2}　8. (i) 74 மீ^{2}　(ii) ₹888

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. (i) $\pi\left(R^2 - r^2\right)$ ச. அலகுகள்　10. (ii) $(L \times B) - (l \times b)$ ச. அலகுகள்　11. (iii) $R - r$

பயிற்சி 2.4

1. 28 செமீ 2. 84 மீ 3. 668 மீ ^{2}
4. 49 மீ 5. (i) 196 செமீ ^{2} (ii) 38.5 செமீ ^{2} (iii) 42 செமீ ^{2}

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. 7 செமீ; 462 செமீ ^{2} 7. 710 மீ ^{2} 8. 30 செமீ; 10 செமீ
9. 7 மீ ; 770 மீ ^{2} 10. 2134 மீ ^{2} 11. 264 செமீ ^{2}; 336 செமீ ^{2}
12. (i) 53 மீ ^{2} (ii) 247 மீ ^{2} (iii) ₹530

3. இயற்கணிதம்

பயிற்சி 3.1

1. (i) 14 இன் அடுக்கு 9 (ii) $p\times p\times p\times q\times q$ (iii) 12^{17} (iv) 1
2. (i) தவறு (ii) தவறு (iii) சரி (iv) சரி (v) சரி
3. (i) 64 (ii) 121 (iii) 625 (iv) 729
4. (i) 6^4 (ii) t^2 (iii) $5^2\times 7^3$ (iv) $2^2\times a^2$
5. (i) 2^9 (ii) 7^3 (iii) 3^6 (iv) 5^5
6. (i) 6^3 (ii) 3^5 (iii) 2^8
7. (i) 3969 (ii) 144 (iii) 250000
8. (i) 16 (ii) 24 (iii) 8000
9. (i) 3^{13} (ii) a^{14} (iii) 7^{x+2} (iv) 2^2
   (v) 18^4 (vi) 6^{12} (vii) 1 (viii) 27^5 (ix) 36^y (x) 125^6
10. (i) 17 (ii) 23 (iii) 25 (iv) 1
11. (i) 4^{11} (ii) 3^{35} (iii) 5^5 (iv) 1 (v) $16a^3b$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

12. (i) a^5 13. (iv) $2^3\times 3^2$ 14. (i) a 15. (iv) 20 16. (iii) 2^{41}

பயிற்சி 3.2

1. (i) 0 (ii) ஒற்றைப்படை
2.

குழு–அ	குழு–ஆ
(i)	(c)
(ii)	(d)
(iii)	(b)
(iv)	(*f*)
(v)	(*a*)
(vi)	(e)

3. (i) 5 (ii) 1 (iii) 6 (iv) 0
   (v) 9 (vi) 1 (vii) 4 (viii) 6
4. (i) 7 (ii) 1

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. (ii) 5 6. (iv) 1 7. (i) 0

பயிற்சி 3.3

1. (i) 11 (ii) 0 (iii) 3
2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) சரி

3. (i) 2 (ii) 2 (iii) 5 (iv) 0 (v) 1

4. (i) 3 (ii) 2 (iii) 5 (iv) 3 (v) 5 5. $-y^3x^2z$ and $-5y^3x^2z$

6. (i) $19x-6y$; 1 (ii) $-k^2-4k+69$; 2 (iii) $8m^2n+2pq^2$; 3

7. (i) $7x^2+3xy+12y^2$; 2 (ii) $3a^4+a^3+2a^2$; 4 (iii) $9x^2-11x-8$; 2

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. (iii) மூவுறுப்புக் கோவை 9. (i) 7 10. (iii) 3

பயிற்சி 3.4

1. $m=3$ 2. 6 3. 6 4. -1 5. 6 6. 36

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

7. 65536 8. $x=3$ 9. 2 10. 2

11. 21 12. $5x^2-11x-5$; 2 13. $2x^2-2xy+4z^2$; 2

4. வடிவியல்

பயிற்சி 4.1

1. ஆம் 2. முக்கோணம் வரைய முடியாது

3. (i) $45°$ (ii) $62°$ (iii) $30°$ (iv) $17°$
(v) $18°$ (vi) $20°$ (vii) $24°$ (viii) $27°$

4. $\angle A=60°$; $\angle B=40°$ 5. $360°$ 6. $45°,60°,75°$

7. $55°,60°,65°$ 8. $30°,60°,90°$ 9. $\angle X=60°;\angle Z=48°$

10. $\angle A=29°;\angle C=61°$ 11. $\angle M=38°;\angle O=52°$ 12.(i) $110°$ (ii) $11°$

13. $21°$ 14. $110°$ 15. $120°$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

16.(ii) $40°,60°,80°$ 17. (iii) $80°,35°$ 18. (ii) $68°$

19. (iii) $x+y+z=2(a+b+c)$ 20.(iii) $35°$ 21.(iii) $130°$ 22.(ii) $65°,80°$

பயிற்சி 4.2

1. ஒத்த பக்கங்கள் : *AB, DE; BC, EF; AC, DF*
ஒத்த கோணங்கள் : $\angle ABC$, $\angle DEF$, $\angle BCA$, $\angle EFD$, $\angle CAB$, $\angle FDE$

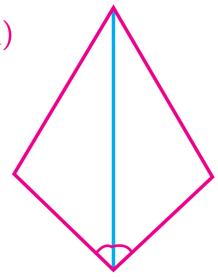
2. (i) $\overline{PQ}=\overline{LN};\overline{PR}=\overline{LM};\overline{RQ}=\overline{MN}$
$\angle RPQ=\angle NLM;\angle PQR=\angle LNM;\angle PRQ=\angle LMN$

(ii) $\overline{QR}=\overline{LM};\overline{RP}=\overline{LN};\overline{PQ}=\overline{MN}$
$\angle PQR=\angle LMN;\angle QRP=\angle MLN;\angle RPQ=\angle LNM$

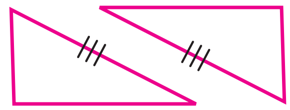
3. (i) ஒத்த கோணங்கள் அல்ல (ii) ஒத்த கோணங்கள் அல்ல
(iii) ஒத்த கோணங்கள் (iv) ஒத்த பக்கங்கள் அல்ல
(v) ஒத்த பக்கங்கள் (vi) ஒத்த பக்கங்கள் அல்ல

4. (i) ப–கோ–ப இன்படி சர்வசம முக்கோணங்கள் (ii) ப–ப–ப இன்படி சர்வசம முக்கோணங்கள்
(iii) செ–க–ப இன்படி சர்வசம முக்கோணங்கள் (iv) செ–க–ப இன்படி சர்வசம முக்கோணங்கள்
(v) ப–ப–ப (அ) செ–க–ப (அ) ப–கோ–ப இன்படி சர்வசம முக்கோணங்கள்

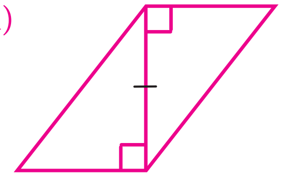
5. (i)



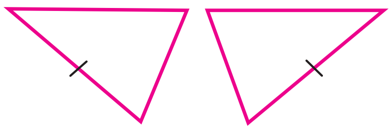
(ii)



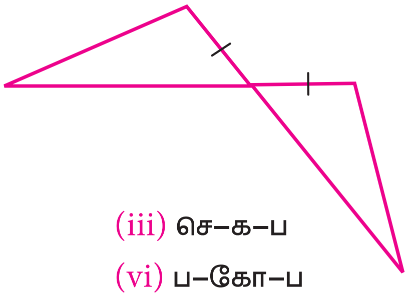
(iii)



(iv)



(v)



6. (i) ப–ப–ப (ii) கோ–ப–கோ (iii) செ–க–ப
(iv) கோ–ப–கோ (v) கோ–ப–கோ (vi) ப–கோ–ப

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. (iv) ஒரே வடிவம் மற்றும் ஒரே அளவு 9. (ii) மேற்பொருத்துதல் முறை

10. (iii) ப–ப–கோ விதி 11.(iv) அவை ஒரே நீளங்களைப் பெற்றிருக்கவேண்டும்.

12. (i) $\angle ADB = \angle CDB; \angle ABD = \angle CBD; BD = BD$ 13.(ii) ப–கோ–ப விதி

பயிற்சி 4.3

1. 52°, 52° 2. இருசமபக்க முக்கோணம் 3. செங்கோண முக்கோணம்

4. 40°, 70°, 70° 5. 100° 6. 152° 7. $\angle O = 75°$

10. (SAS), $\Delta CAB \cong \Delta EBD$; $AC \parallel DE$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11. $x = 30°$ 12. $x = 114°$ 13. $x = 34°; y = 118°$

14. 100° 15. 95° 16. $y = 137°$

5. தகவல் செயலாக்கம்

பயிற்சி 5.1

1.

(i)	(d)
(ii)	(*a*)
(iii)	(e)
(iv)	(c)
(v)	(b)

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

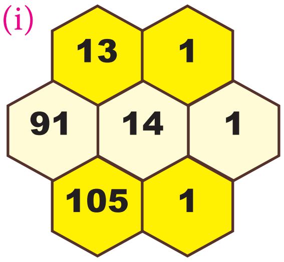
2.(i) $y = 4x$ 3. (iv) $y = -3x$

பயிற்சி 5.2

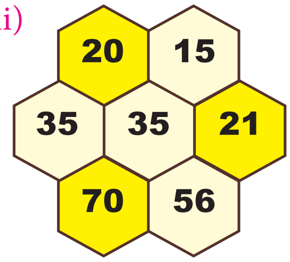
1.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

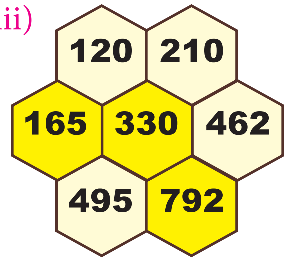
2.(i)



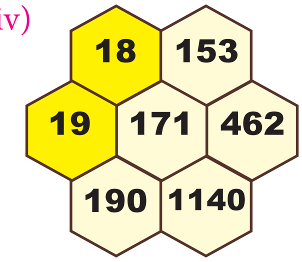
(ii)



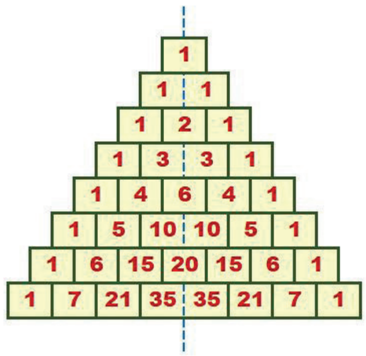
(iii)



(iv)



3.



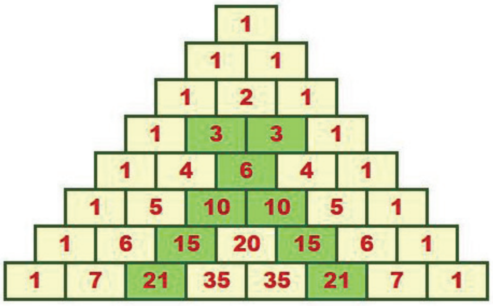
கொள்குறி வகை வினாக்கள்

4. (iv) 1,5,10,10,5,1 5. (ii) 4,10,20,... 6. (iii) 256

பயிற்சி 5.3

1. (iii) $y = x + 6$

2.



3. மூன்றாவது சாய்வு வரிசையில் உள்ள ஐந்து எண்கள் 1, 3, 6, 10, 15 ; அவற்றின் வர்க்கங்களாவன 1, 9, 36, 100, 225.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

4.(i)

படிகள் (x)	1	2	3	4
வடிவங்கள் (y)	1	4	9	16

(ii)

படிகள் (x)	1	2	3	4	5
வடிவங்கள் (y)	1	3	5	7	9

5. (i) $1 \times 13 \times 66 = 11 \times 1 \times 78$ (ii) $5 \times 21 \times 20 = 10 \times 6 \times 35$

(iii) $8 \times 45 \times 84 = 28 \times 9 \times 120$ (iv) $56 \times 210 \times 126 = 70 \times 84 \times 252$

கலைச்சொற்கள்

அகலம்	Width	தசமப் பகுதி	Decimal part
அடிமானம்	Base	தசமப் புள்ளி	Decimal point
அடுக்கு	Power	தலையாயக் கெழு	Leading Coefficient
அடுக்கு எண்	Exponent number	திட்ட வடிவம்	Standard form
அடுக்கு வடிவம்	Exponential form	நூறில் ஒன்று	Hundredth
அடுக்குக் குறி, படிக் குறி	Exponent	படி	Degree
அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்	Consecutive terms	பத்தில் ஒன்று	Tenth
அரைவட்டம்	Semi-circle	பரப்பளவு	Area
ஆயிரத்தில் ஒன்று	Thousandth	பரிதி	Circumference
ஆரம்	Radius	பலகோணம்	Polygon
உள்ளெதிர் கோணம்	Interior opposite angle	பல்வண்ணக் கட்டமைப்பு	Tessellations
ஒத்த பக்கம்	Corresponding side	பனித்திவலைகள்	Snow flakes
ஒன்றாம் இலக்கம்	Unit digit	பாதை	Pathway
கர்ணம்	Hypotenuse	முக்கோண எண்கள்	Traingular number
மாறியின் கனம்	Cube	முழு எண் பகுதி	Integral part
கால்வட்டம்	Quadrant	மேற்பொருத்துதல் முறை	Superposition method
குறியீடு	Notation	வட்டம்	Circle
கொள்கை	Criterion	வட்டவளையம்	Circular ring
சர்வசமத் தன்மை	Congruency	வர்க்கம்	Square
சர்வசம முக்கோணம்	Congruent triangle	வான் பொருட்கள்	Celestial bodies
சர்வசமம்	Congruence	விட்டம்	Diameter
சாய்வு வரிசை	Slanting row	வெளிக்கோணம்	Exterior angle
தசம எண்	Decimal number	வேலியிடுதல்	Fencing

7ஆம் வகுப்பு–கணக்கு
பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்

- **முனைவர். இரா. இராமானுஜம்,**
  பேராசிரியர்,
  கணித அறிவியல் நிறுவனம்
  தரமணி, சென்னை.

பாடநூல் வல்லுநர்

- **முனைவர். ச. அன்னாள் தேவ பிரியதர்ஷினி,**
  உதவி பேராசிரியர், கணிதத்துறை,
  சென்னை கிறித்துவ கல்லூரி, சென்னை

பாட ஒருங்கினைணப்பாளர்

- **பா. தமிழ்செல்வி,**
  துணை இயக்குநர்,
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்.
  சென்னை.

பாடக்குழுப் பொறுப்பாளர்

- **முனைவர். வா இரமாபிரபா**
  முதுநிலை விரிவுரையாளர்,
  மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் ,
  திரூர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

- **டி. ஜோஷ்வா எடிசன்**
  விரிவுரையாளர்,
  மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,
  களியாம்பூண்டி, காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

- **ம.கி. இலலிதா**
  பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்)
  அ.ம.மே.நி.பள்ளி
  காட்பாடி, வேலூர் மாவட்டம்.

பாடநூல் உருவாக்கம்

- **கோ.பா. செந்தில் குமார்**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,(கணிதம்)
  அரசு உயர் நிலைப் பள்ளி,
  இறைவன்காடு, வேலூர் மாவட்டம்

- **எம்.ஜே.சாந்தி,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்),
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,கன்னங்குறிச்சி,சேலம்
  ஊரகம்,சேலம் மாவட்டம்.

- **மெ.பழனியப்பன்,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்),
  சாத்தப்பா அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி,
  நெற்குப்பை, சிவகங்கை மாவட்டம்.

- **ஏ.கே.டி. சாந்தமூர்த்தி,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்)
  அ.மே.நி.பள்ளி, கொளக்குடி,
  திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.

- **பா. மலர்விழி,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்),
  சென்னை உயர்நிலைப் பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை,
  பட்டாளம், சென்னை

இணையச் செயல்பாடு ஒருங்கிணைப்பாளர்

- **டி. வாசு ராஜ்,**
  முதுகலை ஆசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர் (கணிதம்),
  கே.ஆர்.எம். பொதுப் பள்ளி,
  செம்பியம், சென்னை.

பாடப்பொருள் ஆய்வாளர்கள்

- **முனைவர். மு.ப.ஜெயராமன்,**
  துணைப் பேராசிரியர்,
  L.N. அரசுகலைக் கல்லூரி,
  பொன்னேரி.

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக்குழு

- **இரா. ஜெகநாதன், இ.நி.ஆ,**
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, கணேசபுரம், போளூர்,
  திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.
- **சூ.ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு, ப.ஆ,**
  அ.உ.நி.பள்ளி, பெருமாள் கோவில்,
  பரமக்குடி, இராமநாதபுரம்.
- **ம.முருகேசன், ப.ஆ,**
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,பெத்தவேளாண்கோட்டகம்,
  முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக்குழு

பக்கவடிவமைப்பாளர்

- **ஜாய் கிராஃபிக்ஸ்,** சென்னை

In House QC

- **சி. பிரசாந்த்** • **கி. ஜெரால்டு வில்சன்**
- **ராஜேஷ் தங்கப்பன்**

அட்டைவடிவமைப்பு

- **கதிர்ஆறுமுகம்**

வடிவமைப்பு ஒருங்கிணைப்பாளர்

- **ரமேஷ் முனிசாமி,** சென்னை

தட்டச்சு

- **ஆ.பழனிவேல்**
  தட்டச்சர்
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,
  சென்னை
- **இரா. யோகமாலினி,**
  தட்டச்சர்

ஓவியர்

- **பிரபுராஜ், டி.டி.எம்**
  அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
  மணிமங்கலம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில்
அச்சிடப்பட்டுள்ளது
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: